Guides d'enseignement A et B

Clicmaths

3e cycle
du primaire

MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE

Sylvio Guay • Jean-Claude Hamel • Steeve Lemay
Pierre Mathieu

LA BOÎTE À OUTILS

Éditions Grand Duc • HRW
Groupe Éducalivres inc.
955, rue Bergar, Laval (Québec) H7L 4Z6
Téléphone : (514) 334-8466 • Télécopie : (514) 334-8387
InfoService : 1 800 567-3671

Depuis le 1er avril 2004, les Éditions HRW affichent
une nouvelle raison sociale, soit Éditions Grand Duc • HRW.

Remerciements

Pour son travail de vérification scientifique de la didactique et du contenu mathématique, l'Éditeur témoigne sa gratitude à M. Jean-Marie Labrie, Ph. D., ex-professeur à la Faculté d'éducation de l'Université de Sherbrooke.

Guides d'enseignement **A** et **B**

Clicmaths

3e cycle du primaire

MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE

La boîte à outils

Nous reconnaissons l'aide financière du gouvernement du Canada par l'entremise du Programme d'aide au développement de l'industrie de l'édition (PADIÉ) pour nos activités d'édition.

Illustrations : Jean Morin, Raymond Parent, Jean-François Vachon.

1re année du cycle
CODE PRODUIT 3089
ISBN 0-03-928518-9

2e année du cycle
CODE PRODUIT 3094
ISBN 0-03-928523-5

Dépôt légal — 4e trimestre
Bibliothèque nationale du Québec, 2003
Bibliothèque nationale du Canada, 2003

Imprimé au Canada
0 CE 2 1 0 9 8 7 6 5 4

Nom : ____________________

École : ____________________

Lettre à l'élève

Bonjour,

Tu as entre les mains un outil de référence très précieux. Il te sera utile tout le long du 3^{e} cycle du primaire et peut-être même au secondaire. Tu pourras t'y référer chaque fois que tu en auras besoin pour résoudre un problème mathématique.

Les connaissances mathématiques sont regroupées dans la Table des matières sous les grandes catégories ci-dessous :

Il y a même un *Index* à la page 53 qui te permettra de trouver facilement l'information dont tu as besoin, au moment où tu en as besoin.

Les titres précédés de ☆ concernent les concepts et les processus mathématiques que tu as appris au 2^{e} cycle du primaire.

Sous les titres précédés de ☆☆, tu trouveras les connaissances acquises au cours de la 1^{re} année du 3^{e} cycle du primaire.

Enfin, les titres précédés de ☆☆☆ t'indiquent que les contenus mathématiques sont vus durant la 2^{e} année du 3^{e} cycle du primaire.

Prends bien connaissance du contenu de *La boîte à outils*, car elle te sera très souvent utile, tu verras !

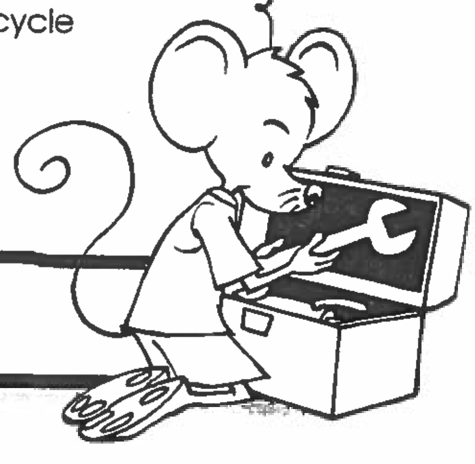
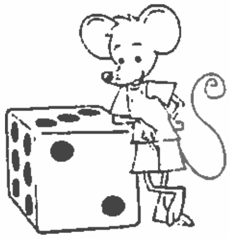


Table des matières[1]

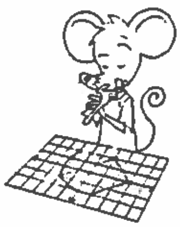
1. Les savoirs essentiels précédés de ☆ ont été vus au 2e cycle du primaire.
Les savoirs essentiels précédés de ☆☆ sont vus durant la 1re année du 3e cycle du primaire.
Les savoirs essentiels précédés de ☆☆☆ sont vus durant la 2e année du 3e cycle du primaire.

Géométrie : figures géométriques et sens spatial 23

Mesures 38



Probabilité 44



Statistique 48

Index des termes et des notions 53

La résolution de problèmes

Des stratégies pour comprendre un problème

- Cherche toujours à comprendre le sens de tout le texte d'un énoncé, pas seulement celui de certains mots ;
- Choisis les données pertinentes. Il peut y avoir des données superflues ;
- Assure-toi que tu as toutes les données pour répondre à la question. S'il en manque, cherche-les. Si tu ne les trouves pas, formule une hypothèse ;
- Représente la situation à l'aide d'un dessin, d'un diagramme, d'un schéma, de symboles, d'un tableau, d'objets, d'une liste ou de simulations.

Des stratégies pour résoudre un problème

- Trouve une régularité et utilise-la pour faire des prédictions ;
- Procède à des essais et analyse les erreurs pour trouver d'autres pistes de solution ;
- Utilise plusieurs exemples pour analyser une situation ;
- Commence par la fin et travaille à rebours ;
- Dresse une liste des possibilités en t'assurant de n'en oublier aucune ;
- Inspire-toi de la solution d'un problème semblable, que tu as déjà résolu ;
- Cherche des propriétés en manipulant des objets ;
- Émets des hypothèses et vérifie-les à l'aide d'expériences. N'hésite pas à recommencer en prenant d'autres exemples ou en émettant d'autres hypothèses.

Des stratégies pour donner la solution du problème

Un problème peut n'avoir qu'une seule solution ; il peut aussi en avoir plusieurs, et même n'en avoir aucune.

- Vérifie ta solution en t'assurant que tu as bien répondu à la question posée ;
- Réponds à la question par une phrase complète, utilise un langage mathématique précis ;
- Valide ta solution en l'expliquant à un ou à une camarade.

Arithmétique

☆ Les nombres naturels

La suite des nombres naturels est 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...
La suite des nombres naturels est infinie.

Un chiffre est un caractère utilisé dans l'écriture des nombres. On dira donc qu'un nombre est composé de chiffres. Dans notre système de numération décimale, chaque chiffre a une valeur différente, selon la position qu'il occupe dans le nombre.

Voici le nombre naturel *un million deux cent trente-quatre mille cinq cent soixante-sept*.

1 234 567

1 million, soit 1 000 000

2 centaines de mille, soit 200 000

3 dizaines de mille, soit 30 000

4 unités de mille, soit 4000

5 centaines, soit 500

6 dizaines, soit 60

7 unités, soit 7

On peut ordonner des nombres naturels en les plaçant par ordre croissant ou décroissant. Voici une liste de sept nombres :
1345, 3987, 11 234, 986, 3457, 7234, 78.

Voici ces mêmes nombres placés par ordre croissant :
78, 986, 1345, 3457, 3987, 7234, 11 234.

Voici ces mêmes nombres placés par ordre décroissant :
11 234, 7234, 3987, 3457, 1345, 986, 78.

On peut alors affirmer que 78 est inférieur à 986 ($78 < 986$) et que 1345 est supérieur à 78 ($1345 > 78$).

☆ L'addition et la soustraction de nombres naturels

L'addition

L'addition de nombres naturels est une opération qui associe à toute paire de nombres naturels appelés les *termes de l'addition* un nouveau nombre naturel appelé la *somme de ces termes.*

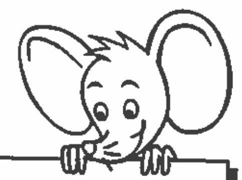
$$\underbrace{18}_{\text{Terme}} + \underbrace{15}_{\text{Terme}} = \underbrace{33}_{\text{Somme}}$$

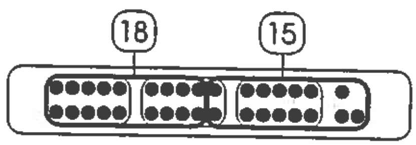
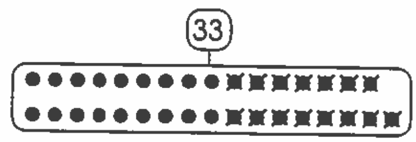
La soustraction

La soustraction de nombres naturels est une opération qui associe à toute paire de nombres naturels appelés les *termes de la soustraction* un nouveau nombre naturel appelé la *différence de ces termes.*

$$\underbrace{33}_{\text{Terme}} - \underbrace{15}_{\text{Terme}} = \underbrace{18}_{\text{Différence}}$$

Voici des processus pour trouver la somme ou la différence de deux nombres naturels.



	La somme	La différence
• À l'aide de dessins :	 On forme 3 dizaines et il reste 3 unités : 18 + 15 = 33.	 On enlève 1 dizaine et 5 unités ; il reste alors 18 unités.
• Par compensation :	$18 + 15 = (18 + 2) + (15 - 2)$ $= 20 + 13$ $= 33$	$33 - 15 = (33 + 5) - (15 + 5)$ $= 38 - 20$ $= 18$
• Par décomposition :	$18 + 15 = 10 + 8 + 10 + 5$ $= 20 + 10 + 3$ $= 33$	$33 - 15 = 38 - 20$ $= 30 + 8 - 20$ $= 10 + 8$ $= 18$
• Par un processus conventionnel :	$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 18 \\ +\ 15 \\ \hline 33 \end{array}$	$\begin{array}{r} {}^{2} \\ \cancel{3}3 \\ -\ 15 \\ \hline 18 \end{array}$
• À l'aide de la calculatrice :	18 + 15 = $\boxed{1}\ \boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$	33 − 15 = $\boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$

La multiplication de nombres naturels

La multiplication de nombres naturels est une opération qui associe à toute paire de nombres naturels appelés les *facteurs de la multiplication* un nouveau nombre naturel appelé le *produit de ces facteurs.*

Exemples :

$12 \times 17 = 204$			$234 \times 69 = 16\,146$		
12 : Facteur	17 : Facteur	204 : Produit	234 : Facteur	69 : Facteur	$16\,146$: Produit

Il existe plusieurs façons de multiplier deux nombres.

Voici quatre processus permettant d'effectuer l'opération 234 × 69.

Le processus traditionnel

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\;2} \\ {\scriptstyle \cancel{3}\;\cancel{3}} \\ 234 \\ \times \quad 69 \\ \hline 2106 \\ +\;1404 \\ \hline 16146 \end{array}$$

La grille

200	30	4	
12 000	1 800	240	60
1 800	270	36	9

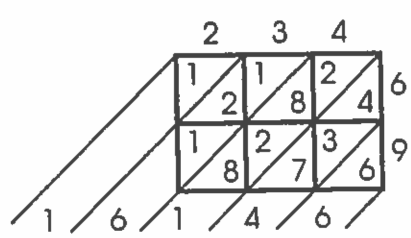
$$\begin{array}{r} 12\,000 \\ 1\,800 \\ 240 \\ 1\,800 \\ 270 \\ +\quad 36 \\ \hline 16\,146 \end{array}$$

En colonnes

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times \quad 69 \end{array}$$

dm.	um.	c	d	u
		18	27	36
	12	18	24	
	12	36	51	36
1	6	1	4	6

La jalousie



On peut aussi utiliser la calculatrice : $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{6}$ $\boxed{9}$ = 16 146.

☆☆ L'exposant et la puissance

L'exponentiation est une opération qui correspond à une multiplication répétée. En fait, l'exponentiation permet d'abréger l'écriture d'une multiplication répétée.

Exemples :

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$	$3^2 = 3 \times 3 = 9$
$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

Dans l'expression $4^3 = 64$,

- le nombre 3 est un exposant ;
- le nombre 64 est la 3^e puissance de 4.

On sait que le produit est le résultat d'une multiplication ; de la même façon, on dit que la puissance est le résultat d'une exponentiation.

On peut ainsi exprimer le carré de tout nombre naturel, par exemple :

$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$4^2 = 4 \times 4 = 16$	$1^2 = 1 \times 1 = 1$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$	$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$0^2 = 0 \times 0 = 0$

On peut aussi exprimer le cube de tout nombre naturel, par exemple :

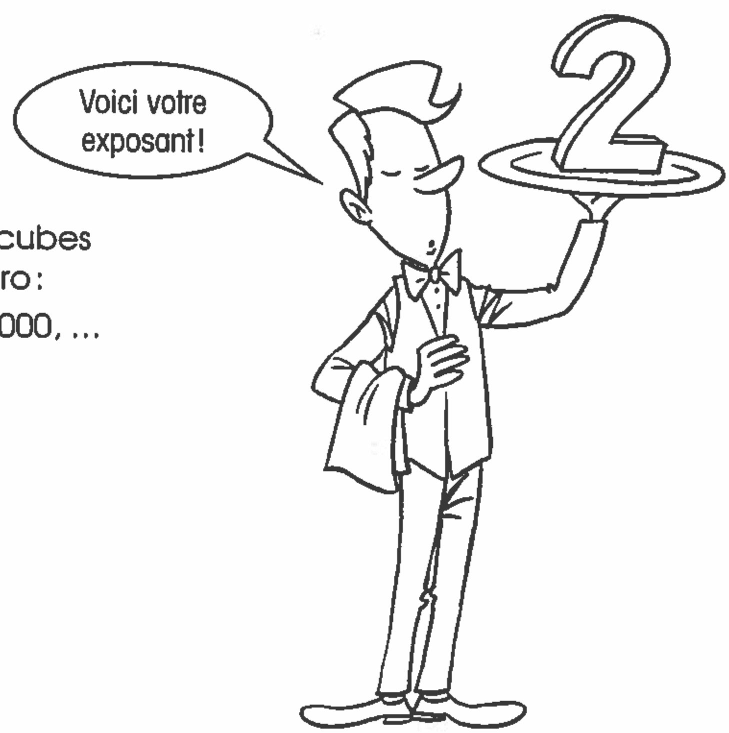
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$	$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$
$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

Les nombres carrés sont tous les carrés de nombres naturels supérieurs à zéro :

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

Les nombres cubiques sont tous les cubes de nombres naturels supérieurs à zéro :

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, ...



☆ La décomposition en facteurs de nombres naturels

- **La décomposition en facteurs d'un nombre naturel**

  La décomposition en facteurs d'un nombre naturel est la représentation de ce nombre sous la forme d'un produit de certains de ses diviseurs.

  Exemples :

$24 = 2 \times 2 \times 6$	$100 = 10 \times 10$	$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 4$
$36 = 3 \times 3 \times 4$	$75 = 3 \times 5 \times 5$	$77 = 7 \times 11$

  Tout nombre naturel peut être décomposé en facteurs de plusieurs façons. Voici diverses décompositions en facteurs du nombre 48 :

$48 = 2 \times 24$	$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$48 = 3 \times 16$
$48 = 2 \times 2 \times 12$	$48 = 2 \times 3 \times 8$	$48 = 3 \times 4 \times 4$
$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 6$	$48 = 2 \times 2 \times 3 \times 4$	$48 = 4 \times 12$
		$48 = 6 \times 8$

- **La décomposition en facteurs premiers d'un nombre naturel**

  La décomposition en facteurs premiers d'un nombre naturel est la représentation de ce nombre sous la forme d'un produit de ses diviseurs premiers.

  Tout nombre naturel peut être décomposé en facteurs premiers.

  Voici la décomposition en facteurs premiers du nombre 48 : $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$.

  Pour connaître tous les diviseurs du nombre 48, on doit trouver tous les produits possibles de deux ou de plusieurs des nombres impliqués dans sa décomposition en facteurs premiers.

$2 \times 2 = 4$	$2 \times 2 \times 3 = 12$	$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
$2 \times 3 = 6$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$
$2 \times 2 \times 2 = 8$		

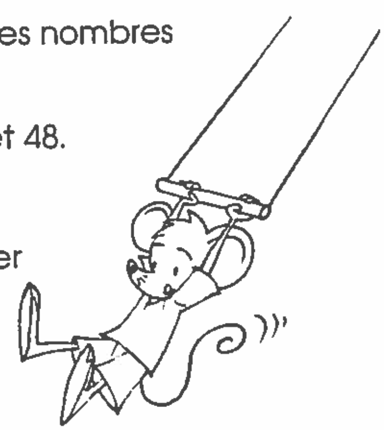
  Il ne faut pas oublier le nombre 1, car il est un diviseur de tous les nombres naturels.

  Les diviseurs du nombre 48 sont donc 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 et 48.

☆ Les multiples d'un nombre naturel

Pour trouver les multiples d'un nombre naturel, il suffit de multiplier ce nombre naturel par l'ensemble des nombres naturels.

Ainsi, la suite des multiples de 5 est 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, …



DÉCOMPOSER DES NOMBRES NATURELS

QUOI? Des façons différentes de présenter les nombres

POURQUOI? Pour voir certaines similitudes ou différences entre eux

QUAND? Quand tu veux voir s'il y a des régularités ou des indices cachés à l'intérieur du nombre ou quand tu veux comparer une partie seulement des nombres

COMMENT? 3 méthodes :

1) DÉCOMPOSITION À L'AIDE DU NOM DES POSITIONS

Écrire le _nom_ de la position de chacun des chiffres composant le nombre

Exemple : 68 590= 6DM + 8UM + 5C +9D

2) DÉCOMPOSITION ADDITIVE

Additionner les _valeurs_ de position de chacun des chiffres composant le nombre

Exemple : 68 590= 60 000 + 8 000 + 500 + 90

3) DÉCOMPOSITION EN FORME DÉVELOPPÉE

Utiliser les valeurs associées aux positions

Exemple : 68 590= 6x10 000 + 8x1 000 + 5x100 + 9x10

Cette méthode est plus complexe, mais elle est à la base d'autres apprentissages que tu feras plus tard en mathématiques.

La division de nombres naturels

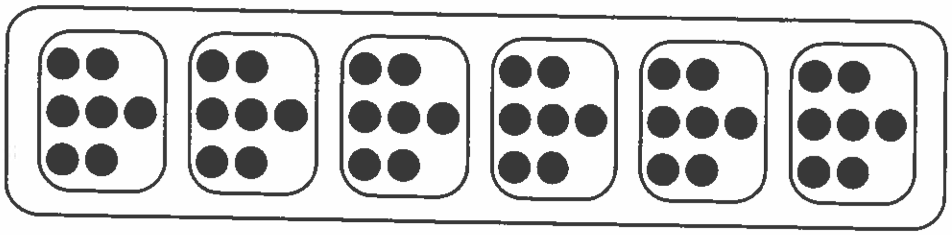
La division de nombres naturels est une opération qui fait correspondre à un couple de nombres naturels appelés le *dividende* et le *diviseur* un nouveau nombre naturel appelé le *quotient*.

$$42 \div 6 = 7$$

Dividende ← 42 ; Diviseur ← 6 ; Quotient ← 7

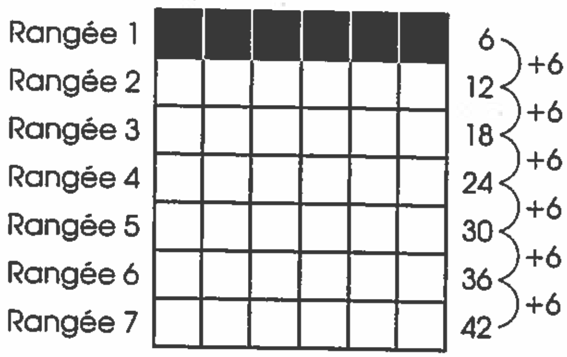
Voici des processus pour trouver le quotient de deux nombres naturels.

- À l'aide d'un dessin, en utilisant le partage :



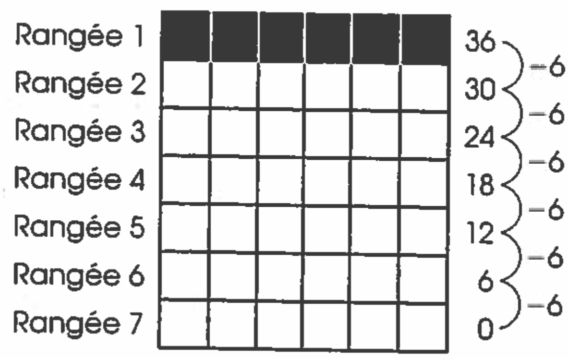
- À l'aide d'un dessin, en créant un arrangement rectangulaire :

une addition répétée.
On crée d'abord une rangée de 6 :



On obtient alors 7 rangées.

une soustraction répétée.
On crée d'abord une rangée de 6 :



On obtient 7 rangées lorsque le compteur est à 0.

- À l'aide de la calculatrice : $\boxed{4}\ \boxed{2}\ \boxed{\div}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$

- À l'aide d'un processus conventionnel :

```
  1
 2208 | 24
− 216 |----
       92
   48
−  48
 ----
    0
```

$$\boxed{\begin{array}{l} 9 \times 24 = 216 \\ 2 \times 24 = 48 \end{array}}$$

Les caractères de divisibilité des nombres naturels

Un nombre naturel est divisible par :

2	si le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
3	si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
4	si les deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4 ;
5	si le chiffre des unités est 0 ou 5 ;
6	si le nombre est divisible par 2 et par 3 ;
8	si les trois derniers chiffres forment un nombre divisible par 8 ;
9	si la somme de ses chiffres est divisible par 9 ;
10	si le chiffre des unités est 0.

Exemple :

Le nombre 4368 est-il divisible par 6 ?

Il est divisible par 2, parce que le chiffre des unités est 8.

Il est aussi divisible par 3, car $4 + 3 + 6 + 8 = 21$, et 21 est divisible par 3.

Puisque le nombre 4368 est divisible par 2 et par 3, il est donc divisible par 6.

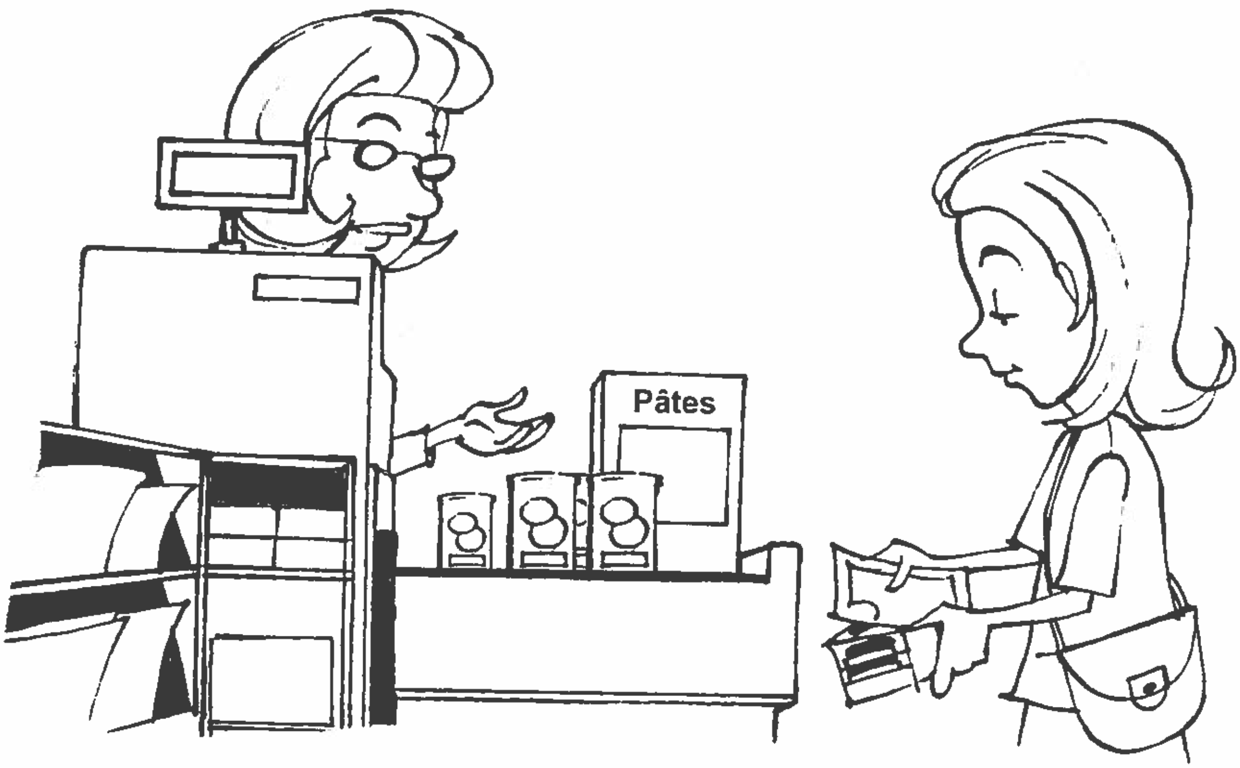
La priorité des opérations

Plusieurs opérations peuvent être nécessaires pour résoudre un problème.

Exemple :

Catherine a 10 \$. Elle achète 3 boîtes de conserve à 1 \$ chacune et 2 boîtes de pâtes alimentaires à 2 \$ chacune. Quelle somme d'argent lui rendra-t-on ?

Suite d'opérations Coût des canettes $3 \times 1 = 3$ Coût des pâtes alimentaires $2 \times 2 = 4$ Coût total de l'achat $3 + 4 = 7$ Argent remis $10 - 7 = 3$	Pour effectuer une chaîne d'opérations, on doit respecter les priorités ci-dessous. 1. On effectue les calculs entre parenthèses. 2. On effectue les multiplications et les divisions dans l'ordre, de gauche à droite. 3. On effectue les additions et les soustractions dans l'ordre, de gauche à droite.
Chaîne d'opérations $10 - (3 \times 1 + 2 \times 2) = 3$ Réponse : On lui remettra 3 \$.	



La relation d'égalité et les propriétés des opérations

Une égalité est une relation entre deux quantités qui ont la même valeur. On utilise le symbole = pour indiquer cette relation.

Exemple :

L'égalité $5 + 4 = 3 \times 3$ est vraie, car $5 + 4$ et 3×3 sont deux expressions qui valent 9.

Certaines propriétés des opérations peuvent être exprimées à l'aide d'une égalité.

Exemples :

a) $3 + 4 = 4 + 3$

b) $3 + (4 + 5) = (3 + 4) + 5$

c) $3 \times 4 = 4 \times 3$

d) $3 \times (4 \times 5) = (3 \times 4) \times 5$

La soustraction et la division n'ont pas les deux propriétés précédentes.

Exemples :

a) $3 - 4 \neq 4 - 3$

b) $3 - (4 - 5) \neq (3 - 4) - 5$

c) $3 \div 4 \neq 4 \div 3$

d) $3 \div (4 \div 5) \neq (3 \div 4) \div 5$

Multiplier une somme par un nombre équivaut à multiplier chaque terme de la somme par ce nombre et à additionner les résultats.

$$\underbrace{(3 + 6) \times 5}_{\text{Cette expression vaut } 9 \times 5\text{, soit } 45.} = \underbrace{3 \times 5 + 6 \times 5}_{\text{Cette expression vaut } 15 + 30\text{, soit } 45.}$$

Diviser une somme par un nombre équivaut à diviser chaque terme de la somme par ce nombre et à additionner les résultats.

$$\underbrace{(20 + 85) \div 5}_{\text{Cette expression vaut } 105 \div 5\text{, soit } 21.} = \underbrace{20 \div 5 + 85 \div 5}_{\text{Cette expression vaut } 4 + 17\text{, soit } 21.}$$

☆ Les suites et les régularités

Une suite numérique est une suite de nombres ordonnés selon une certaine régularité.

Exemples :

A	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, ...
B	0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, ...
C	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...
D	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, ...
E	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, ...
F	1, 5, 4, 8, 7, 11, 10, 14, 13, 17, 16, ...
G	5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, ...

La suite **A** est la suite des nombres naturels impairs.
(une suite ayant pour premier terme 1 et dont la régularité est + 2)

La suite **B** est la suite des nombres naturels pairs.
(une suite ayant pour premier terme 0 et dont la régularité est + 2)

La suite **C** est la suite des nombres premiers.
(une suite des nombres qui n'ont que deux diviseurs, soit 1 et leur propre valeur)

La suite **D** est la suite des nombres composés.
(une suite des nombres qui ont plus de deux diviseurs)

La suite **E** est la suite des nombres carrés.
(une suite des nombres qui sont le carré des nombres naturels différents de 0)

La suite **F** est une suite numérique ayant pour premier terme 1 et dont la régularité est + 4, − 1.

La suite **G** est une suite ayant pour premier terme 5 et dont la régularité est + 5.

Une suite non numérique est une suite de symboles, de figures ou de dessins alignés selon une certaine régularité.

Exemples :

△, □, △, △, □, □, △, △, △, □, □, □, △, ...

1, □, 2, □, □, 3, □, □, □, 4, □, □, □, □, 5, □, ...

Les nombres entiers

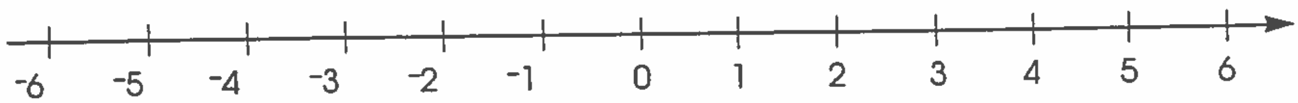
Il existe deux sortes de nombres entiers : les entiers négatifs et les entiers positifs.

Les nombres entiers négatifs permettent de représenter des quantités inférieures à 0.

Exemples :

- Une température de $^{-}5$ °C se trouve à 5 degrés en dessous de 0 °C.
- Si un mineur descend jusqu'à 800 m sous terre pour travailler, il se trouve à $^{-}800$ m.

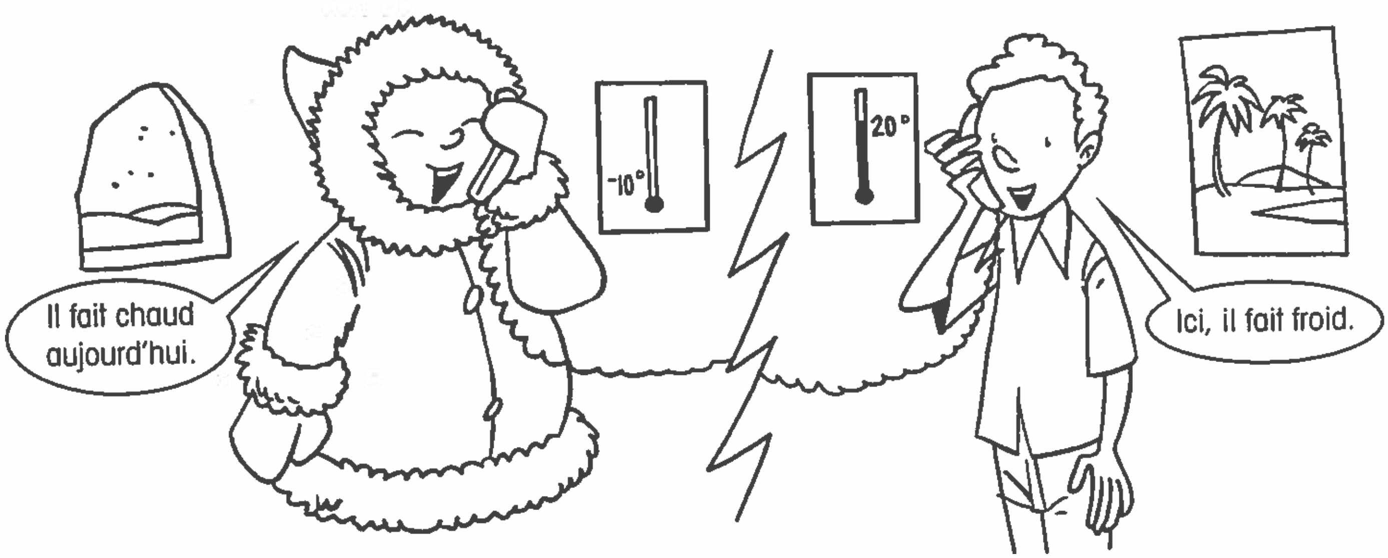
Tous les nombres entiers peuvent être représentés sur une droite numérique.



On peut comparer les nombres entiers entre eux.

Exemples : $^{-}3 < 1$ — $^{-}3$ est inférieur à 1.

$^{-}2 > {}^{-}3$ — $^{-}2$ est supérieur à $^{-}3$.



☆ Les nombres décimaux

Tout nombre décimal comporte une *partie entière* et une *partie fractionnaire*, qu'on appelle la *partie décimale*.

Exemple :

2345,67

2 milliers, soit 2000

3 centaines, soit 300

4 dizaines, soit 40

5 unités, soit 5

6 dixièmes, soit $\frac{6}{10}$

7 centièmes, soit $\frac{7}{100}$

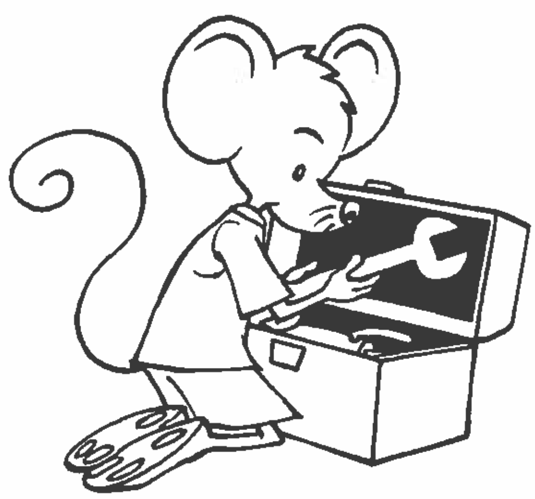
Le nombre 2345,67 se lit ainsi : deux mille trois cent quarante-cinq et soixante-sept centièmes.

La monnaie offre un bon exemple d'utilisation de nombres décimaux. Ainsi, dans l'expression 3,75 $, qui se lit *3 dollars et 75 cents*, les 75 cents correspondent en fait à 75 centièmes de dollar.

On peut ordonner les nombres décimaux en les plaçant par ordre croissant ou par ordre décroissant. Voici une liste de sept nombres décimaux :
3,5 ; 0,56 ; 12,81 ; 0,08 ; 1,09 ; 7,21 ; 2,2.

Voici ces mêmes nombres placés par ordre croissant :
0,08 ; 0,56 ; 1,09 ; 2,2 ; 3,5 ; 7,21 ; 12,81.

Voici ces mêmes nombres placés par ordre décroissant :
12,81 ; 7,21 ; 3,5 ; 2,2 ; 1,09 ; 0,56 ; 0,08.



☆☆ L'addition et la soustraction de nombres décimaux

L'addition et la soustraction de nombres décimaux s'effectuent de la même manière que l'addition et la soustraction de nombres naturels. Cela est tout à fait normal, puisque les nombres naturels sont des nombres décimaux.

On additionne (ou l'on soustrait) les unités avec les unités, les dixièmes avec les dixièmes, les centièmes avec les centièmes, etc.

Exemples :

Dans le cas de l'addition :

$34,56 + 27,89$

$$\begin{array}{ll} 34 + 27 = 61 & \longrightarrow 61 \\ 0,5 + 0,8 = 0,5 + 0,5 + 0,3 = 1,3 & \longrightarrow 1,3 \\ 0,06 + 0,09 = 0,06 + 0,04 + 0,05 = 0,15 & \longrightarrow 0,15 \\ \hline 61 + 1,3 + 0,15 = 62,45 & \longrightarrow 62,45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11\,1} \\ 34,56 \\ +\ 27,89 \\ \hline 62,45 \end{array}$$

Dans le cas de la soustraction :

$$\begin{array}{r} 35,89 \\ -\ 12,64 \\ \hline 23,25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,11\ \,4} \\ \cancel{3}\cancel{2},\cancel{5}6 \\ -\ 15,89 \\ \hline 16,67 \end{array}$$

On peut utiliser la compensation :

$34,56 + 27,89 = (34,56 - 0,11) + (27,89 + 0,11) = 34,45 + 28 = 62,45$

$32,56 - 15,89 = (32,56 + 0,11) - (15,89 + 0,11) = 32,67 - 16 = 16,67$

On peut aussi utiliser la calculatrice.

☆☆ La multiplication et la division d'un nombre décimal par 10, 100 et 1000

- **La multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 et 1000**

  Pour effectuer la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100, 1000, etc., il suffit de déplacer la virgule décimale de une ou de plusieurs positions vers la droite, selon le cas, ou, si ce nombre est un nombre naturel, d'ajouter un ou des zéros à la droite de ce nombre.

  Exemples :

$123 \times 10 = 1230$	$1{,}23 \times 10 = 12{,}3$
$123 \times 100 = 12\,300$	$1{,}23 \times 100 = 123$
$123 \times 1000 = 123\,000$	$1{,}23 \times 1000 = 1230$

- **La division d'un nombre décimal par 10, 100 et 1000**

  Pour effectuer la division d'un nombre décimal par 10, 100, 1000, etc., il suffit de déplacer la virgule décimale de une ou de plusieurs positions vers la gauche, selon le cas. S'il y a lieu, il faut ajouter la virgule décimale ainsi que le nombre de zéros requis.

  Exemples :

$123 \div 10 = 12{,}3$	$12{,}3 \div 10 = 1{,}23$
$123 \div 100 = 1{,}23$	$12{,}3 \div 100 = 0{,}123$
$123 \div 1000 = 0{,}123$	

☆☆ La multiplication d'un nombre naturel par un nombre décimal

La multiplication d'un nombre naturel par un nombre décimal s'effectue de la même manière que la multiplication de deux nombres naturels.

Exemple :

$$6 \times 24{,}78 = 6 \times \left(20 + 4 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}\right) = 120 + 24 + \frac{42}{10} + \frac{48}{100} =$$

$$6 \times 24{,}78 = 120 + 24 + 4{,}2 + 0{,}48 = 148{,}68$$

On peut faire la même opération à l'aide d'un processus conventionnel :

$$\begin{array}{r} 24{,}78 \\ \times\quad 6 \\ \hline 48 \\ 42 \\ 24 \\ +\,12 \\ \hline 148{,}68 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,4\;4} \\ 24{,}78 \\ \times\quad 6 \\ \hline 148{,}68 \end{array}$$

La multiplication de deux nombres décimaux

Pour multiplier deux nombres décimaux, on peut calculer le produit des deux nombres naturels, puis ajuster ce produit en tenant compte des décimales.

Avant d'effectuer un tel calcul, il est préférable d'estimer le résultat.

Exemple :

L'opération 15,4 × 7,6 est approximativement équivalente à 15 × 8, qui égale 120. Le produit recherché sera donc proche de 120.

$$\boxed{15{,}4 \times 7{,}6}$$
$$\times 10 \downarrow \qquad \downarrow \times 10$$
$$154 \times 76 = 11\,704$$
$$\downarrow \div 100$$
$$\boxed{117{,}04}$$

La division d'un nombre décimal par un nombre naturel

On divise un nombre décimal par un nombre naturel de la même manière qu'on divise deux nombres naturels.

Exemple :

34,68 ÷ 4 = (32 + 2,4 + 0,28) ÷ 4

34,68 ÷ 4 = 32 ÷ 4 + 2,4 ÷ 4 + 0,28 ÷ 4

34,68 ÷ 4 = 8 + 0,6 + 0,07

34,68 ÷ 4 = 8,67

On peut aussi utiliser un processus conventionnel.

Exemple :

```
 34,68 | 4
- 32   |____
 ----    8,67
   26
-  24
 ----
    28
-   28
 -----
     0
```

4 × 8 = 32
4 × 6 = 24
4 × 7 = 28

L'arrondissement

Arrondir un nombre à une position choisie signifie remplacer ce nombre par une valeur approchée.

Exemples :

Le nombre décimal 12,5 est, au dixième près, une valeur arrondie de 12,47.

Le nombre décimal 12,4 est, au dixième près, une valeur arrondie de 12,43.

Le nombre décimal 0,13 est, au centième près, une valeur arrondie de 0,125.

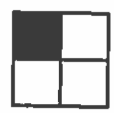
Les fractions

Une fraction est une partie d'un tout.
Ce tout peut être un ensemble d'objets ou un seul objet.

Exemples :

Le carré ci-contre est partagé en quarts $\left(\frac{1}{4}\right)$.

La partie ombrée représente un quart de ce tout.



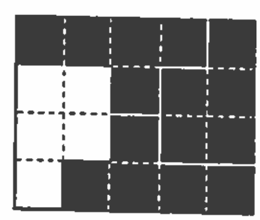
Le tiers $\left(\frac{1}{3}\right)$ de l'ensemble des carrés ci-contre est ombré.

Lorsqu'on partage un tout en un certain nombre de parties, toutes les parties doivent être équivalentes (Les parties peuvent être isométrique.)

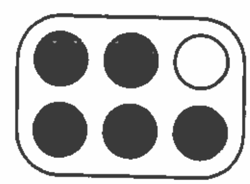
Dans une fraction, le dénominateur indique en combien de parties équivalentes le tout a été partagé. Le numérateur indique le nombre de parties choisies.

Exemples :

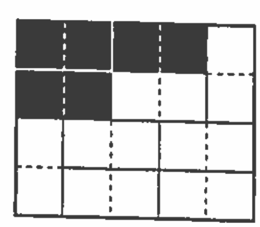
Le tout ci-contre (l'intérieur d'un rectangle) est partagé en quarts et l'on a choisi trois de ces parties. La partie ombrée représente $\frac{3}{4}$ de ce tout. Le dénominateur est 4 et le numérateur est 3.



Le tout ci-contre (un ensemble de jetons) est partagé en sixièmes et l'on a choisi cinq de ces jetons. La partie jetons représente $\frac{5}{6}$ de ce tout. Le dénominateur est 6 et le numérateur est 5.



Le tout ci-contre (un rectangle) est partagé en dixièmes et l'on a choisi trois de ces parties. La partie ombrée représente $\frac{3}{10}$ de ce tout. Le dénominateur est 10 et le numérateur est 3.



☆ Les fractions équivalentes

Des fractions équivalentes représentent la même partie d'un tout.

Exemple : $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{6}$ sont deux fractions équivalentes.

Pour établir des fractions équivalentes, on peut multiplier ou diviser par un même nombre le numérateur et le dénominateur d'une fraction.

Exemples : $\frac{2}{3} \overset{\times 2}{=} \frac{4}{6}$ $\quad \frac{5}{8} \overset{\times 3}{=} \frac{15}{24}$ $\quad \frac{6}{20} \overset{\div 2}{=} \frac{3}{10}$ $\quad \frac{30}{45} \overset{\div 3}{=} \frac{10}{15}$

Réduire une fraction, c'est trouver une fraction équivalente ayant des nombres plus petits au numérateur et au dénominateur.
Une fraction irréductible ne peut pas être réduite.

Exemple : Comme le montre l'exemple précédent, la fraction $\frac{6}{20}$ peut être réduite à $\frac{3}{10}$. La fraction $\frac{3}{10}$ est irréductible.

Pour comparer certaines fractions, on peut utiliser des fractions équivalentes.

Exemple : Quelle fraction est la plus grande : $\frac{2}{3}$ ou $\frac{7}{12}$?
La fraction $\frac{2}{3}$ équivaut à la fraction $\frac{8}{12}$. Donc $\frac{2}{3} > \frac{7}{12}$.

☆☆ La comparaison de fractions

- Comparer des fractions par rapport à 0, à $\frac{1}{2}$ et à 1.

  Voici six fractions :

$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$

  Les fractions $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$ ont une valeur proche de 0, soit entre 0 et $\frac{1}{2}$.

  Les fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{9}{16}$ ont une valeur proche de $\frac{1}{2}$.

  Les fractions $\frac{9}{10}$ et $\frac{7}{8}$ ont une valeur proche de 1, soit entre $\frac{1}{2}$ et 1.

  Donc, on peut dire, entre autres, que $\frac{1}{5} < \frac{9}{10}$ et que $\frac{7}{8} > \frac{3}{8}$.

- Comparer des fractions qui ont le même numérateur.

  Voici de nouveau six fractions :

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

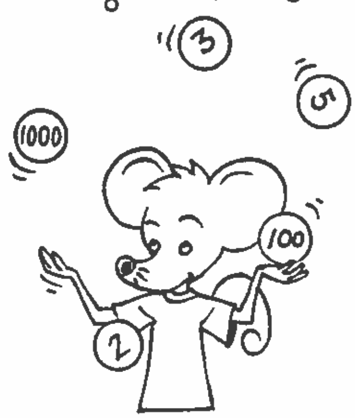
  La plus petite de ces fractions est $\frac{1}{8}$ et la plus grande est $\frac{1}{2}$.

- Comparer des fractions qui ont le même dénominateur.

  Voici encore six fractions :

$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

  La plus petite de ces fractions est $\frac{1}{8}$ et la plus grande est $\frac{7}{8}$.



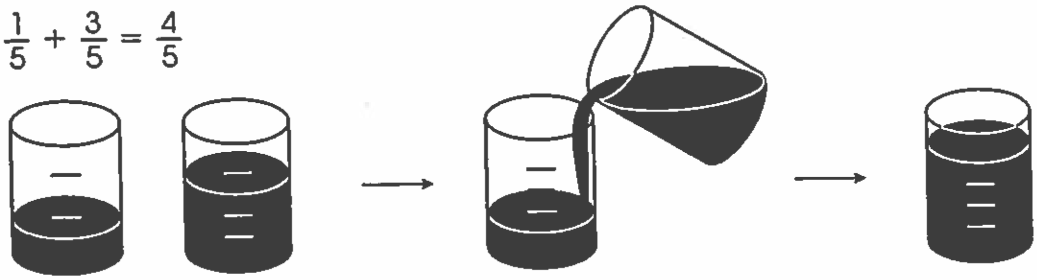
Les opérations sur les fractions

Il y a plusieurs façons de déterminer le résultat d'une opération sur des fractions.

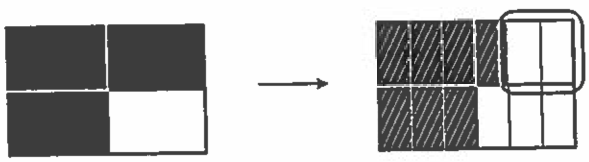
- On peut représenter les opérations à l'aide de schémas.

Exemples :

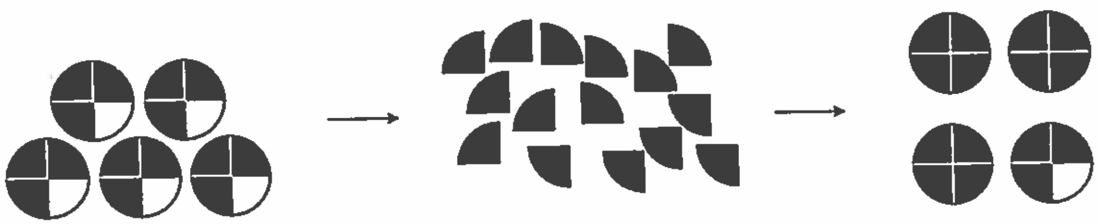
a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$



b) $\frac{3}{4} - \frac{7}{12} = \frac{2}{12}$



c) $5 \times \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$



Une expression comme $3\frac{3}{4}$ signifie 3 entiers et $\frac{3}{4}$ d'un entier.

- On peut aussi utiliser des fractions équivalentes.

Exemple :

$\frac{3}{4} - \frac{7}{12}$

Puisque la fraction $\frac{3}{4}$ est équivaut à la fraction $\frac{9}{12}$, on peut écrire :

$\frac{3}{4} - \frac{7}{12} = \frac{9}{12} - \frac{7}{12} = \frac{2}{12}$

☆☆ Le pourcentage

Un pourcentage est une comparaison entre deux grandeurs ou quantités de même nature.

Le symbole du pourcentage est % et se lit *pour cent*. Quand on écrit un pourcentage, on laisse un espace entre le nombre donné et le symbole %.

> L'expression *25 %* se lit *vingt-cinq pour cent.*

Exemples :

a) Dans une classe, 6 élèves sur 25 portent des lunettes. En pourcentage, combien d'élèves de cette classe portent des lunettes ?

Ce problème peut se résoudre à l'aide d'un tableau comme celui ci-dessous :

$\times 4$

Nombre d'élèves dans une classe	25	100
Nombre d'élèves qui portent des lunettes	6	24

$\times 4$

On peut affirmer que 24 % des élèves de la classe portent des lunettes.

b) Dans une école de 250 élèves, 24 % des élèves portent des lunettes. Combien y a-t-il d'élèves qui portent des lunettes ?

Ce problème peut se résoudre à l'aide d'un raisonnement comme celui-ci :

Sur 100 élèves, 24 portent des lunettes. Sur 50 élèves, la moitié des 24 élèves portent des lunettes, soit 12. Sur 250 élèves, 12×5 élèves portent des lunettes, soit 60.

On peut affirmer que 60 élèves de l'école portent des lunettes.

☆☆ Le passage d'une forme d'écriture à une autre

Les fractions, les pourcentages et les nombres décimaux sont différentes formes d'écriture permettant d'exprimer des quantités. Selon le contexte, on utilise l'une ou l'autre de ces formes.

1) Pour comparer une quantité à un tout, on utilise souvent une fraction ou un pourcentage.

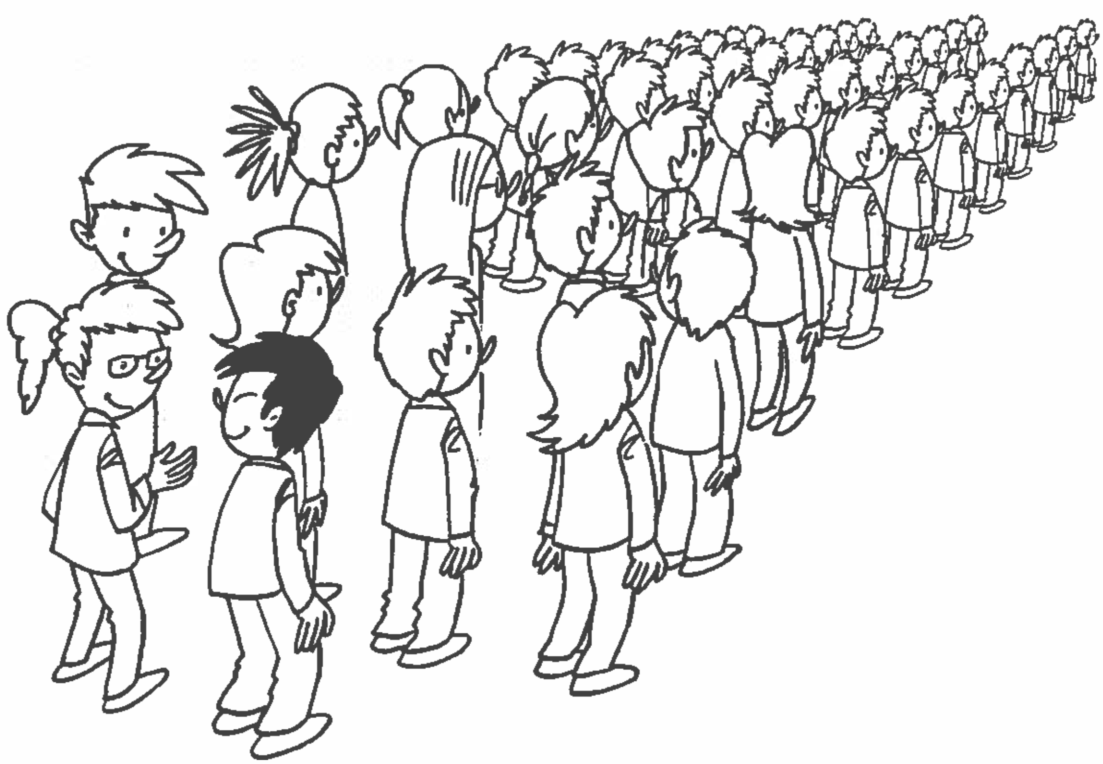
   Exemple : Les $\frac{3}{5}$ de ce groupe sont des filles.

   On peut aussi dire que les filles représentent 60 % du groupe, car $\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$ ou 60 %.

2) Pour indiquer une mesure, on utilise souvent un nombre décimal et parfois une fraction.

   Exemple : La table mesure 1,25 mètre de long.

   On peut aussi dire que la longueur de la table est de 1 mètre et $\frac{1}{4}$, car $\frac{1}{4}$ est équivalent à $1 \div 4$, soit 0,25.



Le repérage

Le repérage sur un axe de nombres

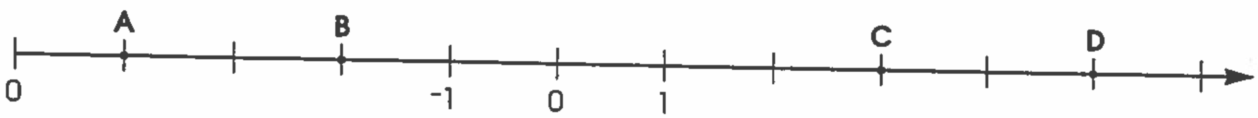
Un axe de nombres est une ligne droite **orientée** (munie d'une flèche) et marquée de divisions de même mesure servant de support à la représentation d'un ensemble de nombres.

Cet axe de nombres est généralement appelé une **droite numérique.**

Exemple : Les nombres naturels.

L'adresse de chacun des points **A** à **D** est : **A** (4), **B** (7), **C** (9), **D** (11).

Exemple : Les nombres entiers.



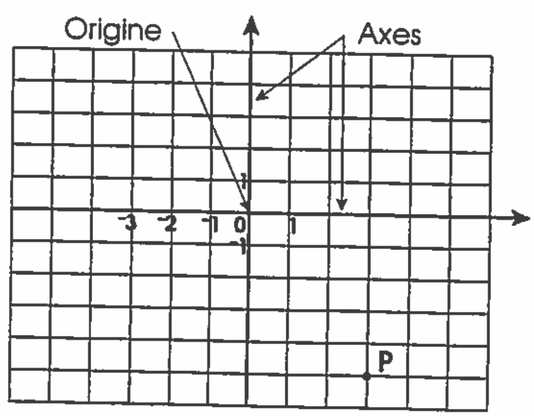
L'adresse de chacun des points **A** à **D** est : **A** (⁻4), **B** (⁻2), **C** (3), **D** (5).

Le repérage dans un plan : le plan cartésien

Le système de repérage cartésien est formé de deux axes perpendiculaires dont le point de rencontre s'appelle l'*origine*.

Chaque axe est gradué à l'aide de nombres. Associés par couple, ces nombres permettent de repérer n'importe quel point du plan.

Le premier nombre d'un couple de coordonnées cartésiennes est associé à l'axe horizontal et le second, à l'axe vertical.



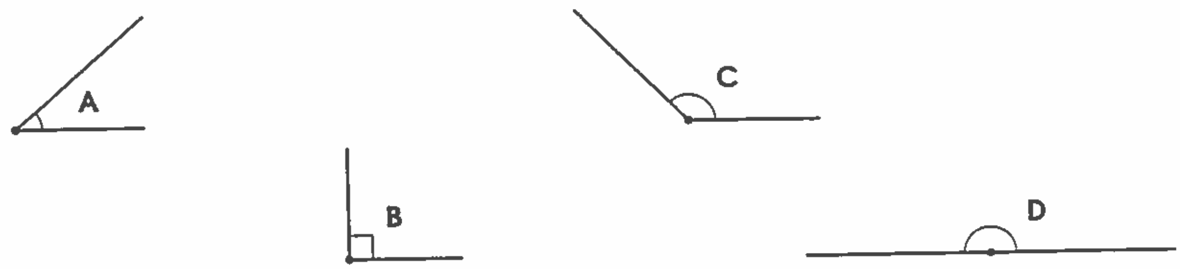
Dans l'exemple ci-dessus, le point **P** a pour coordonnées (3, ⁻5).

Axe horizontal	Axe vertical

☆ Les angles

Lorsque deux lignes droites sont issues d'un même point, l'écartement entre ces deux lignes détermine un angle. Plus les lignes sont écartées, plus l'angle est grand.

Exemples :



Un **angle plat** est un angle formé par deux lignes droites opposées (voir l'angle **D** ci-dessus).

En degrés, un angle plat mesure 180°.

Un **angle droit** est un angle dont la mesure est la moitié de celle d'un angle plat (voir l'angle **B** ci-dessus).

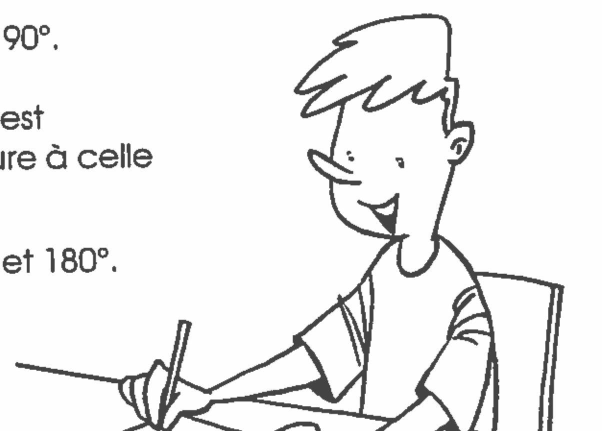
En degrés, un angle droit mesure 90°.

Un **angle aigu** est un angle dont la mesure est inférieure à celle d'un angle droit (voir l'angle **A** ci-dessus).

En degrés, un angle aigu mesure entre 0° et 90°.

Un **angle obtus** est un angle dont la mesure est inférieure à celle d'un angle plat et supérieure à celle d'un angle droit (voir l'angle **C** ci-dessus).

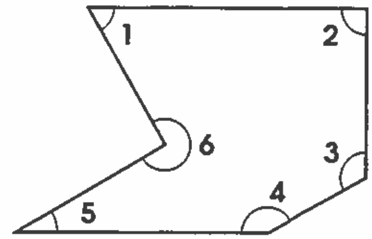
En degrés, un angle obtus mesure entre 90° et 180°.



☆☆ La mesure des angles

La mesure d'un angle est le nombre servant à exprimer l'ouverture de cet angle par rapport à une autre ouverture d'angle utilisée comme unité de référence. La mesure d'un angle est généralement exprimée en degrés.

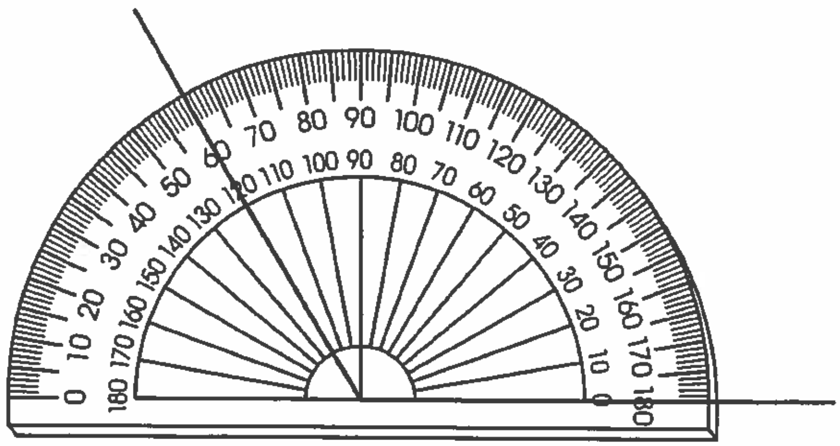
Voici une figure plane.



La mesure de l'angle **5** est inférieure à celle de l'angle **4.**
La mesure de l'angle **6** est supérieure à celle de l'angle **2.**
La mesure de l'angle **4** est inférieure à celle de l'angle **6.**
La mesure de l'angle **2** est supérieure à celle de l'angle **1.**
Le plus petit angle est l'angle **5,** et le plus grand, l'angle **6.**

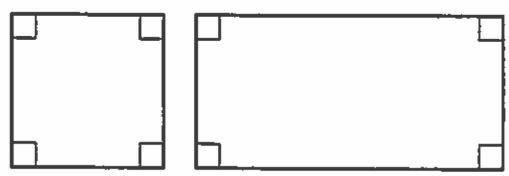
L'angle **1** mesure 60°, l'angle **2** mesure 90°, l'angle **3** mesure 120°, l'angle **4** mesure 150°, l'angle **5** mesure 30°, l'angle **6** mesure 270°.

Pour mesurer un angle, on utilise un rapporteur. On procède comme suit.

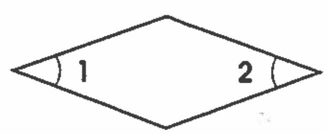


Cet angle mesure 120°.

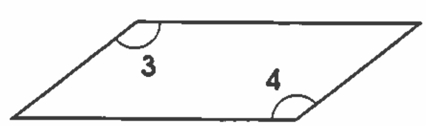
Les quatre angles d'un carré ou d'un rectangle sont des angles droits.



Deux des quatre angles d'un losange sont des angles aigus.
Les angles **1** et **2** sont aigus.



Deux des quatre angles d'un parallélogramme sont des angles obtus.
Les angles **3** et **4** sont obtus.

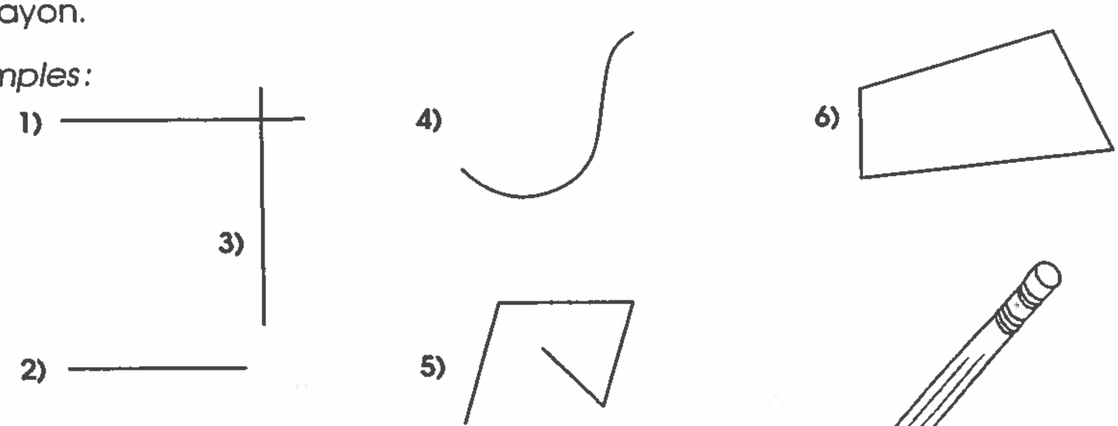


Les figures planes

☆ Les lignes

Une ligne est un ensemble continu de points que l'on peut tracer sans lever le crayon.

Exemples :

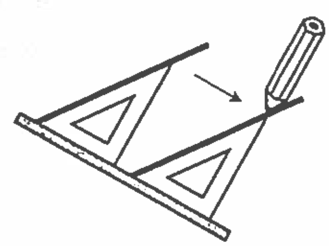
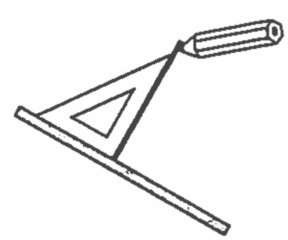


Les lignes **1)**, **2)** et **3)** sont des lignes droites.
La ligne **4)** est une ligne courbe.
Les lignes **5)** et **6)** sont des lignes brisées.
La ligne **6)** est une ligne brisée fermée.
Les lignes **1)** et **2)** sont des lignes parallèles.
Les lignes **1)** et **3)** sont des lignes perpendiculaires.

☆ Les lignes parallèles et les lignes perpendiculaires

Pour tracer facilement des lignes parallèles ou perpendiculaires, on peut utiliser du papier pointillé ou quadrillé.

Les équerres permettent aussi de construire des lignes parallèles ou des lignes perpendiculaires.

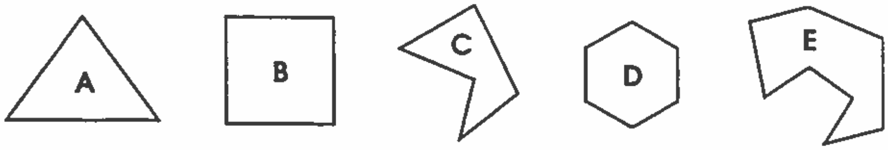
En glissant une équerre le long d'une règle, on peut tracer des lignes parallèles.	
À l'aide d'une équerre et d'une règle, on peut tracer une ligne perpendiculaire à une autre.	

☆ Les polygones

Un polygone est une ligne brisée fermée.

Tout polygone comprend un certain nombre de côtés.

Exemples :



Chaque polygone porte un nom, selon le nombre de ses côtés.

- Le polygone **A** est un triangle ; il a trois côtés.
- Le polygone **B** est un quadrilatère ; il a quatre côtés.
- Le polygone **C** est un pentagone ; il a cinq côtés.
- Le polygone **D** est un hexagone ; il a six côtés.
- Le polygone **E** est un octogone ; il a huit côtés.

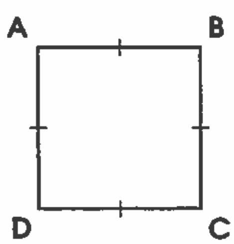
Les polygones **A, B** et **D** sont des polygones convexes.

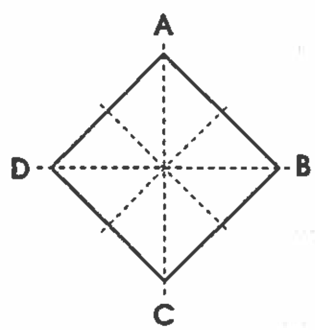
Les polygones **C** et **E** sont des polygones non convexes.

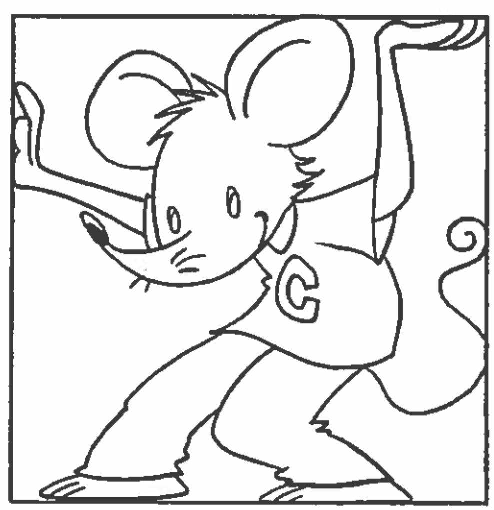
☆ Le carré

Un carré est un quadrilatère dont les quatre côtés sont isométriques et dont les quatre angles sont droits.

Exemples :







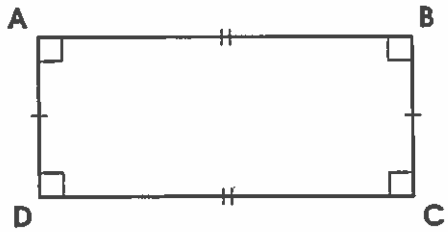
Les attributs du carré sont les suivants.

- Un carré a quatre côtés : **AB, BC, CD, DA.**
- Ses quatre côtés sont isométriques ; ils ont la même mesure.
- Un carré a quatre angles droits, chacun mesurant 90°.
- Le carré est une figure symétrique ; il a quatre axes de symétrie.

Le rectangle

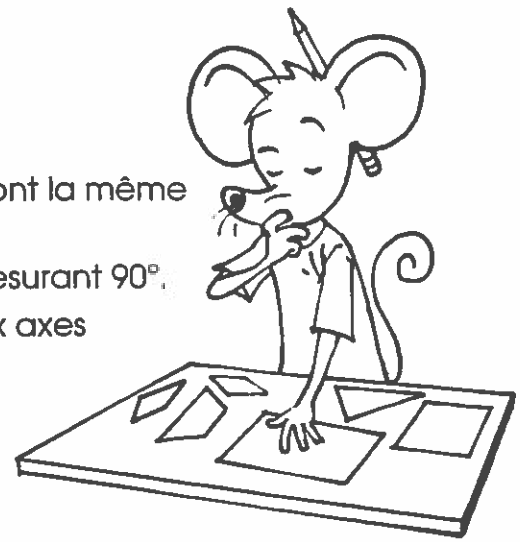
Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont isométriques et dont les quatre angles sont droits.

Exemple :



Les attributs du rectangle sont les suivants.

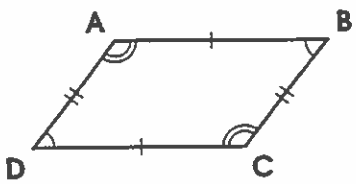
- Un rectangle a quatre côtés : **AB, BC, CD, DA.**
- Ses côtés opposés sont isométriques ; **AB** et **CD** ont la même mesure, et **BC** et **DA** ont la même mesure.
- Un rectangle a quatre angles droits, chacun mesurant 90°.
- Le rectangle est une figure symétrique ; il a deux axes de symétrie.



Le parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Exemple :



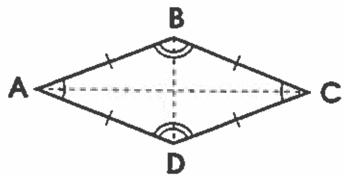
Les attributs du parallélogramme sont les suivants.

- Un parallélogramme a quatre côtés : **AB, BC, CD, DA.**
- Ses côtés opposés sont parallèles.
- Ses côtés opposés sont isométriques ; **AB** et **CD** ont la même mesure, et **BC** et **DA** ont la même mesure.
- Les angles opposés d'un parallélogramme sont isométriques ; les angles **A** et **C** ont la même mesure, et les angles **B** et **D** ont la même mesure.

☆ Le losange

Un losange est un parallélogramme dont les côtés sont isométriques.

Exemple :



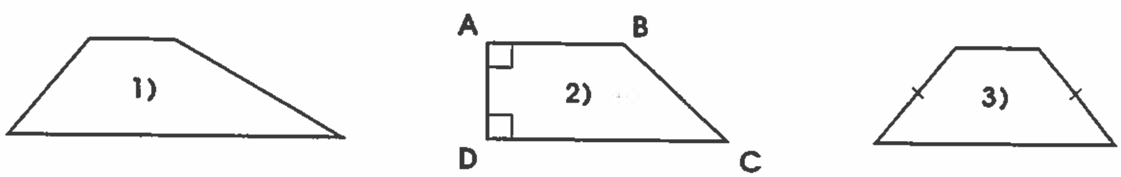
Les attributs du losange sont les suivants.

- Un losange a quatre côtés : **AB, BC, CD, DA.**
- Ses côtés opposés sont parallèles.
- Ses quatre côtés sont isométriques ; ils ont la même mesure.
- Les angles opposés d'un losange sont isométriques ; les angles **A** et **C** ont la même mesure, et les angles **B** et **D** ont la même mesure.
- Le losange est une figure symétrique ; il a deux axes de symétrie.

☆ Le trapèze

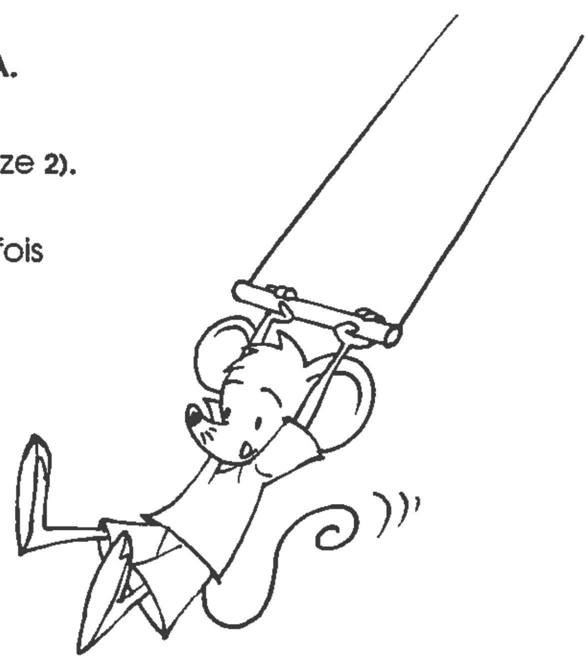
Un trapèze est un quadrilatère qui a une paire de côtés parallèles.

Exemples :



Les attributs du trapèze sont les suivants.

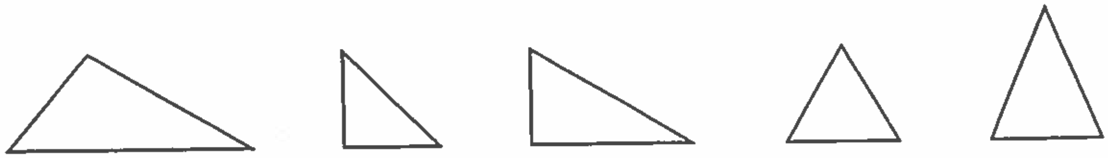
- Un trapèze a quatre côtés : **AB, BC, CD, DA.**
- Il a deux côtés opposés parallèles.
- Il a parfois deux angles droits ; voir le trapèze **2).** Dans ce cas, c'est un trapèze rectangle.
- Ses côtés opposés non parallèles sont parfois isométriques ; voir le trapèze **3).** Dans ce cas, c'est un trapèze isocèle.



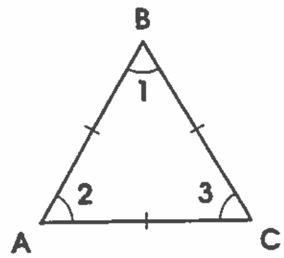
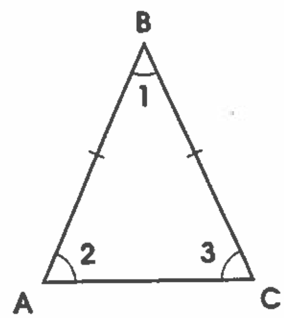
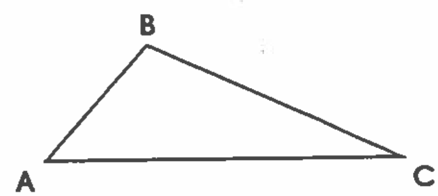
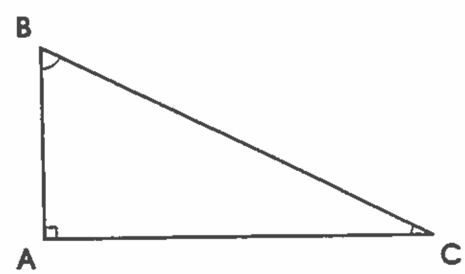
☆ Le triangle

Un triangle est un polygone qui a trois côtés.

Exemples :



☆☆ La classification des triangles

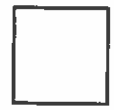
Un triangle qui a trois côtés isométriques est un **triangle équilatéral.** Les trois angles sont également isométriques. Les côtés **AB, BC** et **CA** sont isométriques. Les angles **1, 2** et **3** sont isométriques.	
Un triangle qui a deux côtés isométriques est un **triangle isocèle.** Deux de ses trois angles sont isométriques. Les côtés **AB** et **BC** sont isométriques. Les angles **2** et **3** sont isométriques.	
Un triangle dont tous les côtés ont des mesures différentes est un **triangle scalène.** Ses trois angles ont tous des mesures différentes.	
Un triangle qui a un angle droit est un **triangle rectangle.**	

☆☆☆ Les polygones réguliers

Les polygones peuvent être classés en fonction des attributs de leurs côtés et de leurs angles.

Exemple :

On peut comparer le rectangle, le carré et le losange ci-dessous.

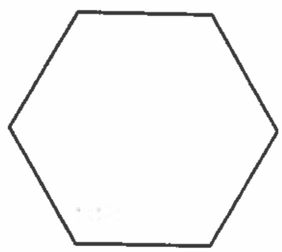
			
Ont-ils quatre angles isométriques ?	Oui	Oui	Non
Ont-ils quatre côtés isométriques ?	Non	Oui	Oui

Le carré est un polygone régulier.

Un polygone est régulier si tous ses côtés et tous ses angles sont isométriques.

Exemple :

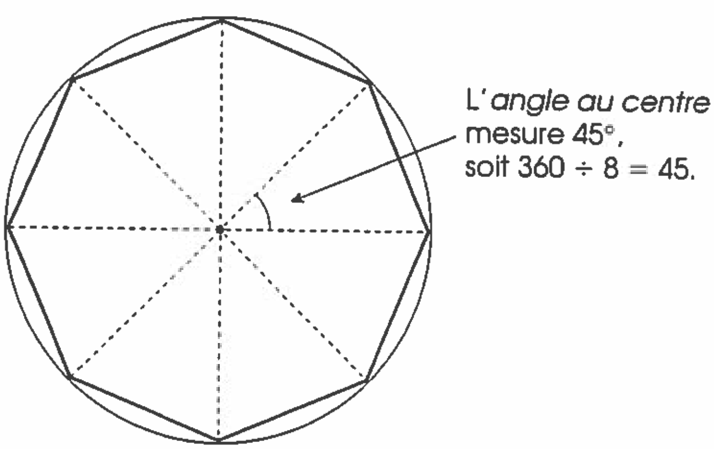
Voici un hexagone régulier.



À l'aide d'un cercle, il est possible de construire des polygones réguliers ayant un nombre quelconque de côtés.

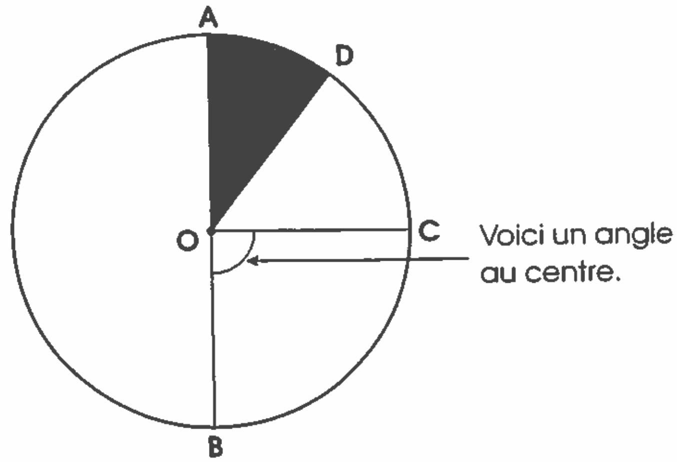
Exemple :

Voici un octogone régulier.



☆☆ Le cercle

Un cercle est une ligne courbe fermée dont tous les points sont situés à une même distance d'un point appelé le *centre du cercle.*



Le point **O** est le *centre* du *cercle.*

Le segment **AB** est un *diamètre* de ce *cercle.*

Le segment **OC** est un *rayon* de ce *cercle.*

La surface plane limitée par le *cercle* est appelée le *disque.*

La mesure de cette ligne courbe qu'on appelle le cercle est la *circonférence* du cercle.

Le secteur ombré, limité par les rayons **OA** et **OD,** s'appelle un *secteur circulaire.*

Les frises et les dallages

☆ La réflexion

La réflexion est une transformation géométrique d'une figure. La figure image qui en résulte est faite à l'aide d'un axe de réflexion.

Exemple :

Axe de réflexion

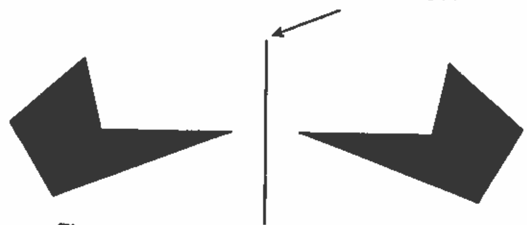
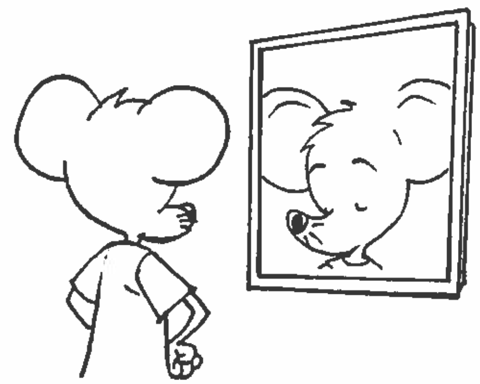


Figure initiale

Figure image



☆☆ La translation

La translation est une transformation géométrique d'une figure. Il s'agit d'un glissement de tous les points d'une figure dans une seule direction et sur une même distance. Elle est définie par une flèche de translation. Cette flèche indique la direction, le sens et la longueur de la translation.

Exemple :

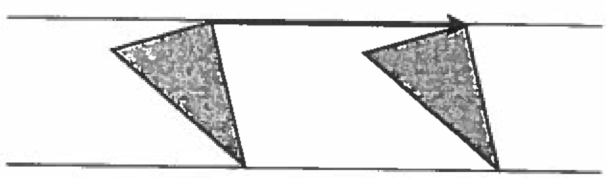


Figure initiale

Figure image

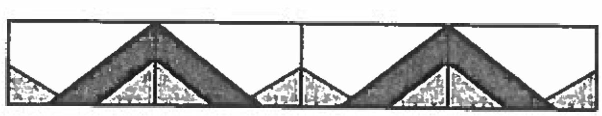
☆ Les frises

Une frise est une bande continue sur laquelle un motif est répété de façon régulière.

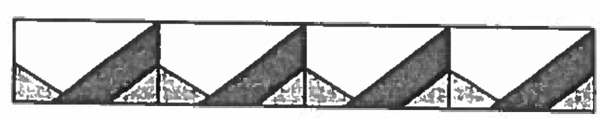
Exemples :

Voici deux frises reproduites à partir du même motif de base.

a) ☆ Une frise créée par réflexion.



b) ☆☆ Une frise créée par translation.



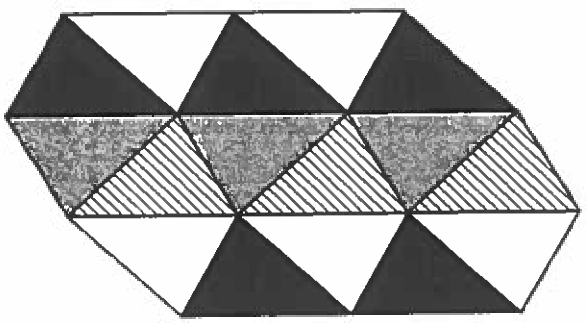
☆ Les dallages

Un dallage est un recouvrement d'un plan à l'aide de régions polygonales agencées de telle sorte qu'il n'y a aucun espace libre entre les polygones ni aucune superposition de figures.

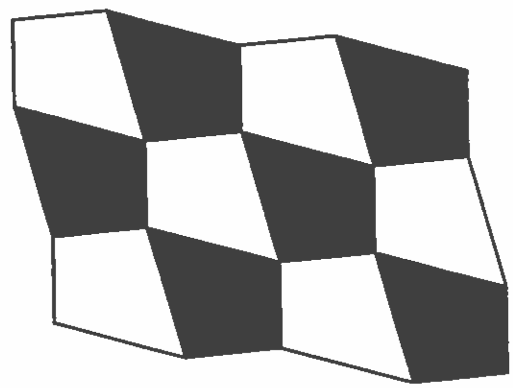
☆☆☆ On peut créer un dallage en reproduisant une seule région polygonale (le motif de base) à l'aide de différentes transformations géométriques. Un dallage peut être créé par réflexion et par translation.

Exemples :

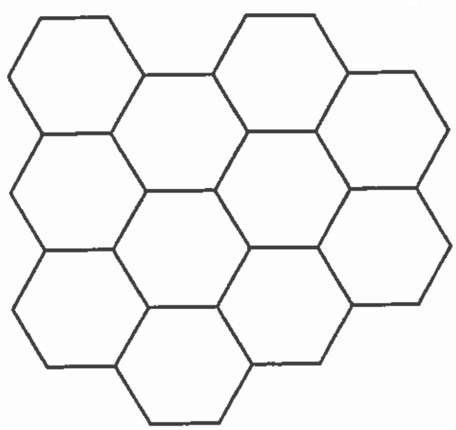
À partir
d'un triangle.



À partir
d'un quadrilatère.



À partir
d'un hexagone régulier.



Dans les dallages ci-dessus, toutes les figures de la même couleur ont été créées par translation.

☆ Les solides

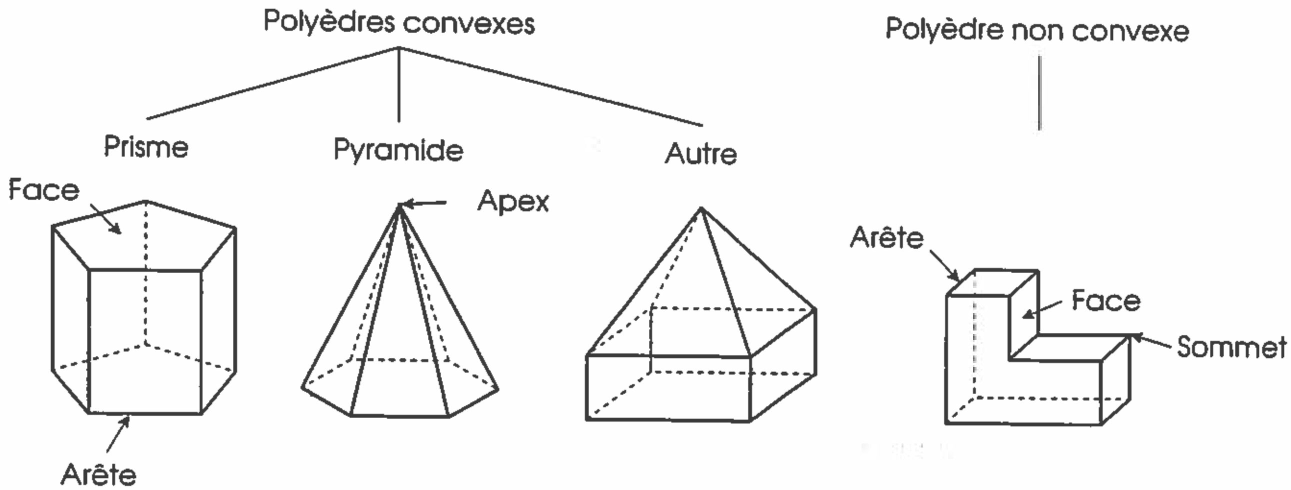
Un solide est une portion d'espace bien déterminée et indéformable. Les prismes, les pyramides, les cônes, les cylindres et les boules sont des solides.

☆ Les polyèdres

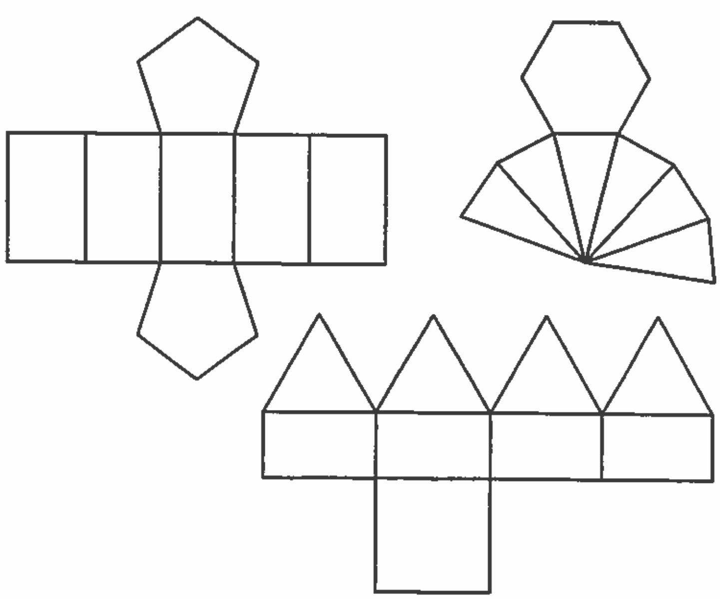
Un polyèdre est un solide limité par des surfaces planes (dont toutes les faces sont des polygones). Tout polyèdre comprend un certain nombre de faces, de sommets et d'arêtes.

☆☆☆ Les polyèdres convexes et les polyèdres non convexes

Exemples:



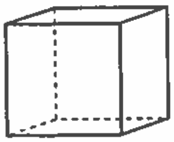
Voici des développements possibles des polyèdres convexes illustrés ci-dessus.



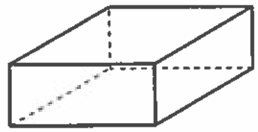
Les prismes

Un prisme est un polyèdre limité par deux bases parallèles et isométriques, et dont toutes les faces latérales sont des parallélogrammes. Si toutes les faces latérales sont des rectangles, on dit alors que le prisme est droit.

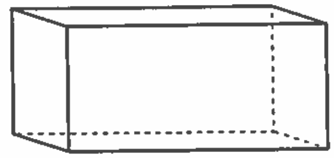
Exemples :



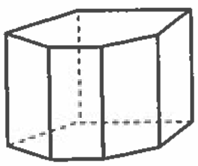
Cube



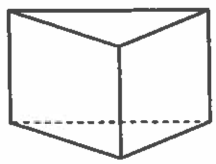
Prisme droit
à base carrée



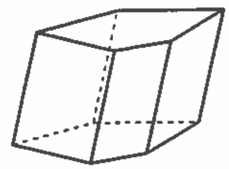
Prisme droit
à base rectangulaire



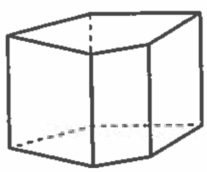
Prisme droit
à base hexagonale



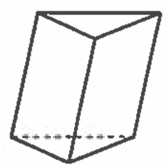
Prisme droit
à base triangulaire



Prisme oblique
à base pentagonale



Prisme droit
à base pentagonale



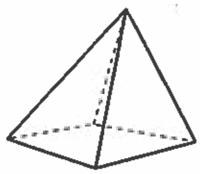
Prisme oblique
à base triangulaire

- Un cube a 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes.
- Il en est de même pour les prismes à base carrée ou à base rectangulaire.
- Un prisme à base triangulaire a 5 faces, 6 sommets et 9 arêtes.
- Un prisme à base hexagonale a 8 faces, 12 sommets et 18 arêtes.
- Un prisme à base pentagonale a 7 faces, 10 sommets et 15 arêtes.

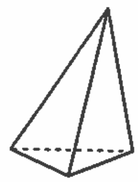
☆ Les pyramides

Une pyramide est un polyèdre limité par au moins trois triangles ayant un sommet en commun, appelé l'*apex de la pyramide,* et par une base ne partageant aucun sommet avec l'apex.

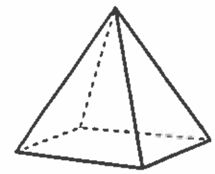
Exemples :



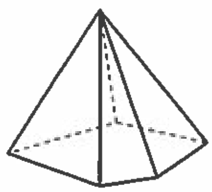
Pyramide
à base carrée



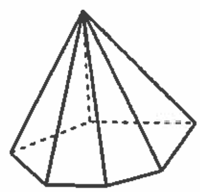
Pyramide
à base triangulaire
(tétraèdre)



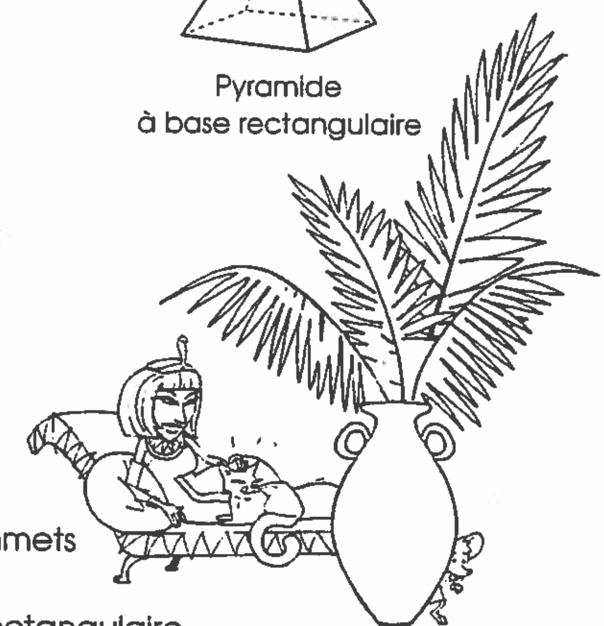
Pyramide
à base rectangulaire



Pyramide
à base pentagonale



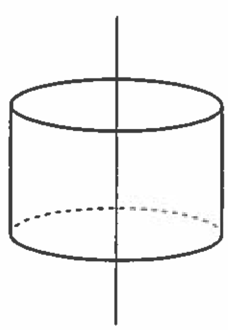
Pyramide
à base hexagonale



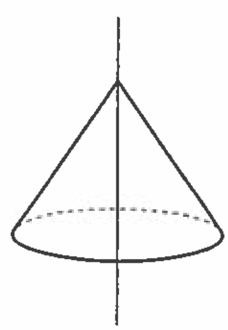
- Une pyramide à base carrée a 5 faces, 5 sommets et 8 arêtes.
- Il en est de même pour la pyramide à base rectangulaire.
- Une pyramide à base triangulaire a 4 faces, 4 sommets et 6 arêtes.
- Une pyramide à base pentagonale a 6 faces, 6 sommets et 10 arêtes.

☆ Les corps ronds

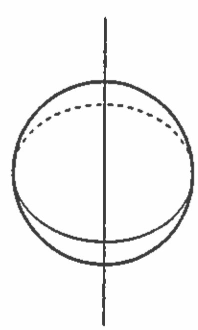
- Le cylindre a deux faces planes et une face courbe.
- Le cône a une face plane et une face courbe.
- La boule n'a qu'une face courbe.



Cylindre



Cône



Boule

Mesures

☆ La longueur

La mesure d'une ligne est un nombre servant à exprimer une longueur par rapport à une autre longueur utilisée comme unité de référence.

Exemple :

Unité **A**:	
Unité **B**:	
Unité **C**:	

En unités **A,** la ligne mesure 8 (8 unités **A**).
En unités **B,** la ligne mesure 4 (4 unités **B**).
En unités **C,** la ligne mesure 2 (2 unités **C**).

Si l'on utilise le centimètre comme unité de référence, on obtient, comme mesure de cette ligne, une longueur de 8 centimètres (l'unité **A** est, en fait, le centimètre).

Le nombre obtenu est donc fonction de l'unité de mesure utilisée.

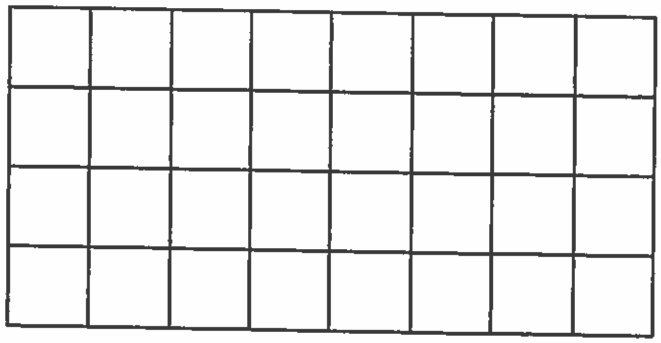
Les principales unités conventionnelles de longueur sont les suivantes.

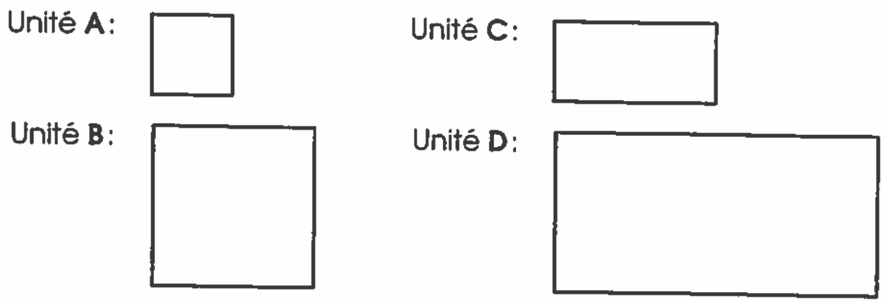
- Le millimètre (mm): .
- Le centimètre (cm): , qui équivaut à 10 millimètres (10 mm).
- Le décimètre (dm): , qui équivaut à 10 centimètres (10 cm) ou à 100 millimètres (100 mm).
- Le mètre (m), qui équivaut à 10 décimètres (10 dm), à 100 centimètres (100 cm) ou à 1000 millimètres (1000 mm).
- ☆☆ Le kilomètre (km), qui équivaut à 1000 mètres (1000 m).

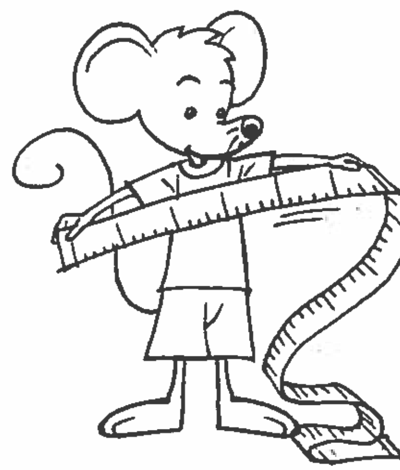
☆ L'aire

La mesure d'une surface est un nombre servant à exprimer une aire par rapport à une autre aire utilisée comme unité de référence.

Exemple :







En unités **A**, la surface a une aire de 32 (32 unités **A**).

En unités **B**, la surface a une aire de 8 (8 unités **B**).

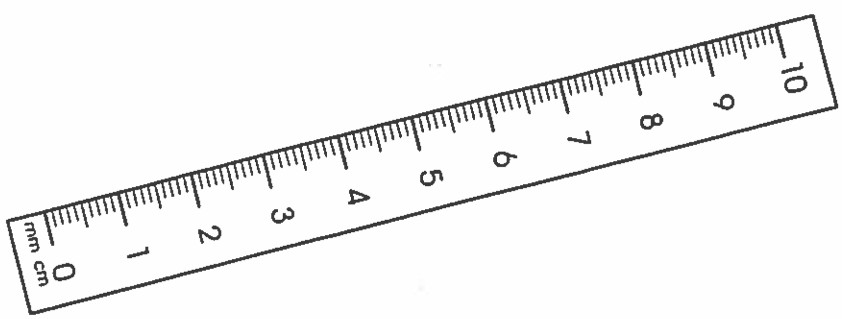
En unités **C**, la surface a une aire de 16 (16 unités **C**).

En unités **D**, la surface a une aire de 4 (4 unités **D**).

Si l'on utilise le centimètre carré comme unité de référence, on obtient, comme mesure de la surface de ce rectangle, une aire de 32 centimètres carrés (l'unité **A** est, en fait, le centimètre carré).

☆☆ Le nombre obtenu est donc fonction de l'unité de mesure utilisée.

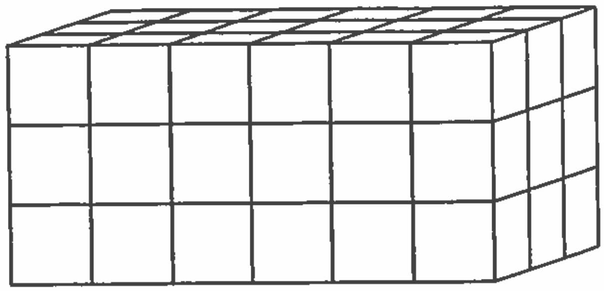
- Un mètre carré (m^2) équivaut à 100 décimètres carrés (100 dm^2).
- Un mètre carré (m^2) équivaut à 10 000 centimètres carrés (10 000 cm^2).

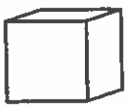
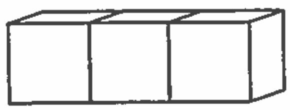


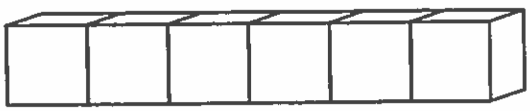
Le volume

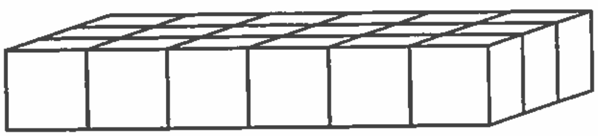
La mesure d'un espace est un nombre servant à exprimer un volume par rapport à un autre volume utilisé comme unité de référence.

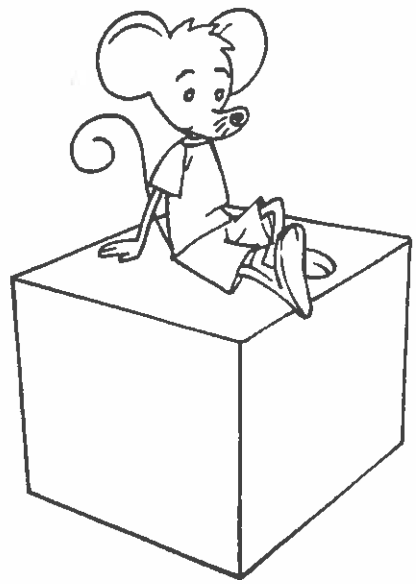
Exemple :



Unité **A** :  Unité **B** : 

Unité **C** : 

Unité **D** : 



En unités **A,** le solide a un volume de 54 (54 unités **A**).

En unités **B,** le solide a un volume de 18 (18 unités **B**).

En unités **C,** le solide a un volume de 9 (9 unités **C**).

En unités **D,** le solide a un volume de 3 (3 unités **D**).

Si l'on utilise le centimètre cube comme unité de référence, on obtient, comme mesure de ce solide, un volume de 54 centimètres cubes (l'unité **A** est, en fait, le centimètre cube).

Le nombre obtenu est donc fonction de l'unité de mesure utilisée.

Voici des unités de mesure de volume couramment utilisées :

- le mètre cube (m^3) ;
- le décimètre cube (dm^3) ;
- le centimètre cube (cm^3).

Voici quelques équivalences entre ces unités de volume :

1 m^3 équivaut à 1000 dm^3.

1 dm^3 équivaut à 1000 cm^3.

1 m^3 équivaut à 1 000 000 cm^3.

☆☆ La masse

La mesure d'une quantité de matière est un nombre servant à exprimer une masse par rapport à une autre masse utilisée comme unité de référence.

La masse se rapporte à la quantité de matière d'un objet.

La masse de Luc est de 65 kilogrammes (65 kg).

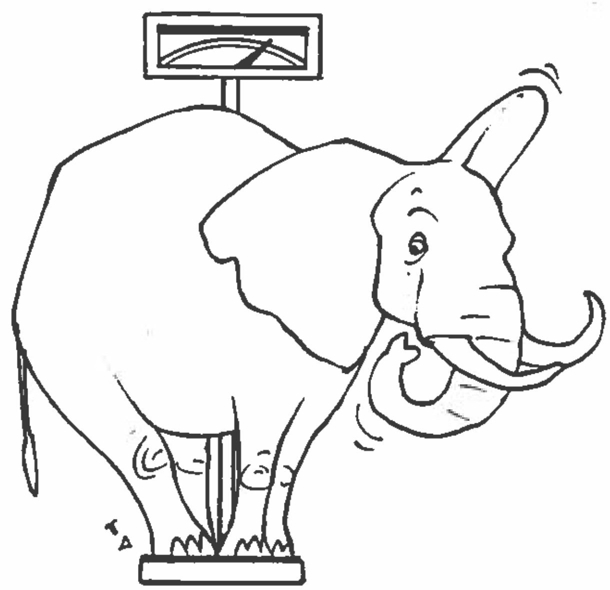
La masse de Pierre est de 95 kilogrammes (95 kg).

La masse de cette pomme est de 350 grammes (350 g).

La masse de cette pilule est de 25 grammes (25 g).

Dans un kilogramme (1 kg), il y a 1000 grammes (1000 g).

On dit alors que 1 kg équivaut à 1000 g.

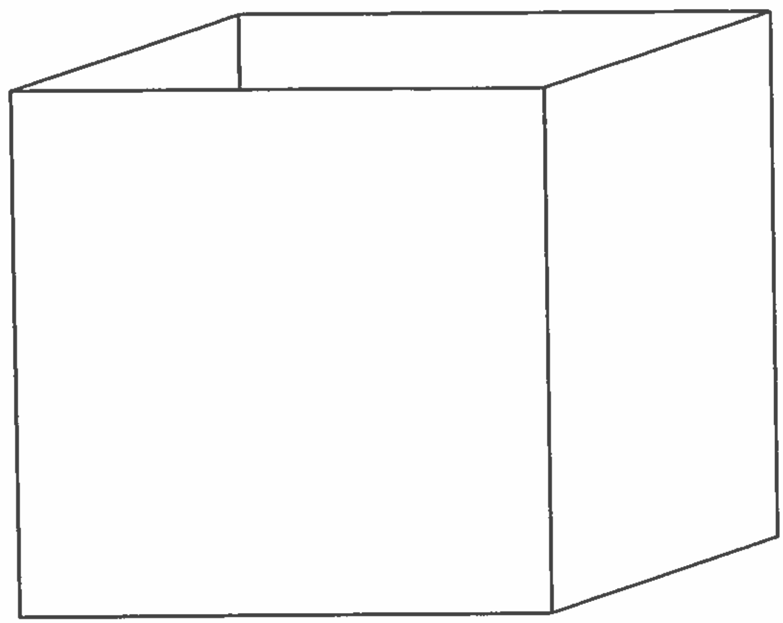


☆☆ La capacité

La mesure d'une contenance est un nombre servant à exprimer une *capacité* par rapport à une autre capacité utilisée comme unité de référence.

La capacité réfère à l'espace libre dans un récipient.

Voici un récipient de forme cubique.



L'arête de ce cube mesure 10 cm, ou 1 dm.

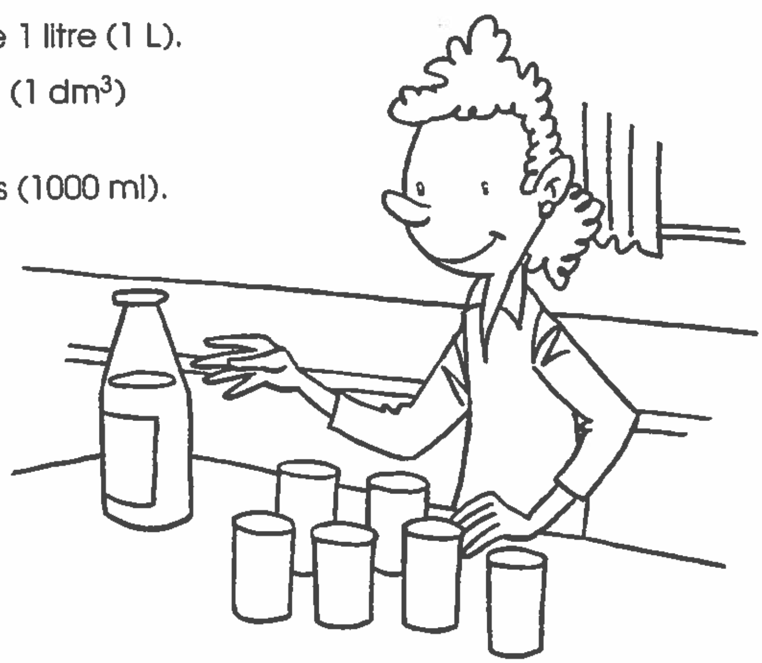
Le volume de ce cube est de 1000 centimètres cubes (1000 cm^3).

Le volume de ce cube est de 1 décimètre cube (1 dm^3).

La capacité de ce récipient est de 1 litre (1 L).

On dit alors que 1 décimètre cube (1 dm^3) équivaut à 1 litre (1 L).

Dans 1 litre (1 L), il y a 1000 millilitres (1000 ml).



☆ Le temps

Le temps peut être exprimé de deux façons :

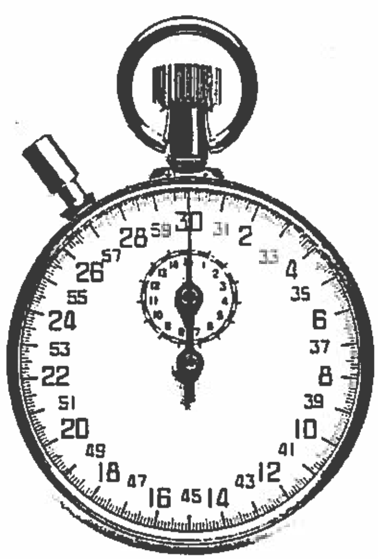
- par l'indication du moment où un fait ou un événement se produit (par exemple, l'heure de la naissance d'un bébé) ;
- par l'indication de la durée d'un événement (par exemple, la période de temps pendant laquelle une personne a joué au soccer).

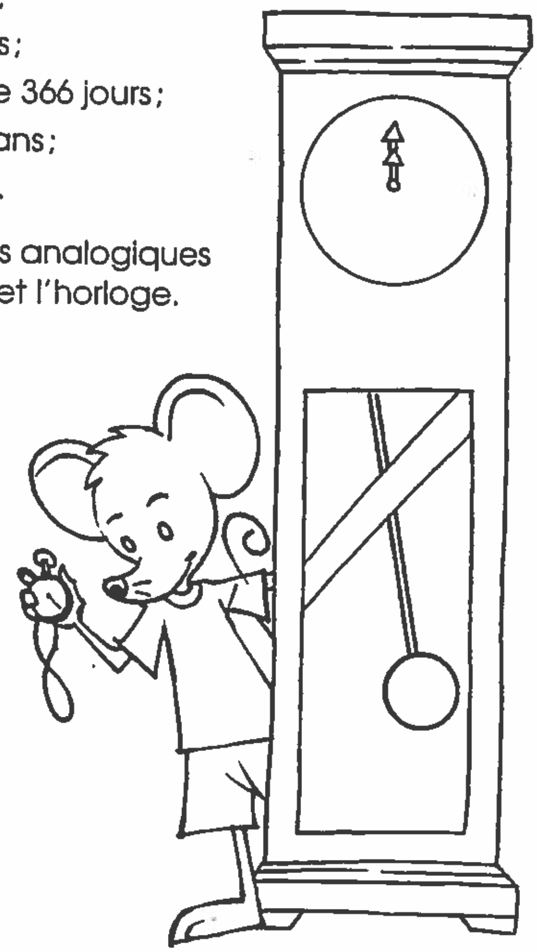
Dans les deux cas, on utilise des unités de mesure du temps.

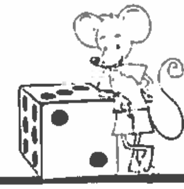
Voici diverses unités de mesure du temps, ordonnées de la plus courte durée à la plus longue durée :

- la seconde (s) ;
- la minute (min), qui équivaut à une durée de 60 secondes ;
- l'heure (h), qui équivaut à une durée de 60 minutes ;
- le jour (d), qui équivaut à une durée de 24 heures ;
- la semaine, qui équivaut à une durée de 7 jours ;
- le mois, qui équivaut à une durée de 28 à 31 jours ;
- la saison, qui équivaut à environ 3 mois ;
- l'année, qui équivaut à une durée de 12 mois ;
- l'année, qui équivaut à une durée de 365 jours ;
- l'année bissextile, qui équivaut à une durée de 366 jours ;
- la décennie, qui équivaut à une durée de 10 ans ;
- le siècle, qui équivaut à une durée de 100 ans.

La durée se mesure à l'aide de divers instruments analogiques ou numériques, dont le chronomètre, la montre et l'horloge.







Les expériences aléatoires

Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat est déterminé par le hasard.

Exemples :

- Lancer un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et observer le résultat.
- Tirer une bille d'un sac contenant deux billes rouges et quatre billes bleues, et observer le résultat.
- Tirer une carte d'un jeu de 52 cartes et observer le résultat.

Voici quelques exemples d'expériences non aléatoires.

- Marquer un but durant un match de hockey.
- Gagner une partie d'échecs.
- Se rappeler d'un numéro de téléphone.

La chance est la manière favorable ou défavorable selon laquelle un événement se produit.

Exemples :

Une personne lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et elle gagnera si la face supérieure du dé affiche un nombre supérieur à 4.

- Les résultats possibles sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
- Les résultats qui sont favorables à cette personne sont 5 et 6.
- Les résultats qui lui sont défavorables sont 1, 2, 3 et 4.

Une personne tire une carte d'un jeu de 52 cartes et elle gagnera si la carte est rouge.

- Les résultats possibles sont une carte en pique, une carte en trèfle, une carte en carreau et une carte en cœur.
- Les résultats qui sont favorables à cette personne sont une carte en carreau et une carte en cœur.
- Les résultats qui lui sont défavorables sont une carte en pique et une carte en trèfle.

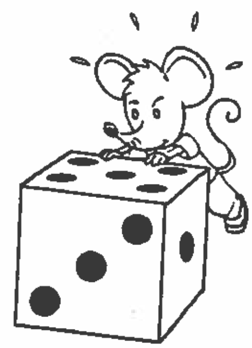
☆ Les événements

- Un événement certain correspond à l'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire ; cet événement se produira toujours.
- Un événement impossible correspond à un résultat impossible ; cet événement ne se produira jamais.

Exemples :

On lance deux dés à six faces numérotées de 1 à 6 et l'on observe le résultat obtenu, c'est-à-dire les nombres sur les faces du dessus.

- Un événement certain serait, par exemple, d'obtenir une somme inférieure à 13.
- Un événement impossible serait, par exemple, d'obtenir une somme supérieure à 12.
- Un événement possible serait d'obtenir une somme de 7.
- Un autre événement possible serait d'obtenir une somme de 4.



Voici d'autres exemples d'événements possibles.

a) Lancer un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et obtenir un nombre pair.

b) Lancer un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et obtenir un nombre impair.

c) Lancer un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et obtenir un nombre supérieur à 4.

d) Lancer un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et obtenir un nombre inférieur à 5.

Les événements **a)** et **b)** sont également probables, car chacun peut avoir trois résultats possibles ; les résultats possibles de l'événement **a)** sont les nombres 2, 4 et 6, et ceux de l'événement **b)** sont les nombres 1, 3 et 5.

L'événement le plus probable est l'événement **d),** car il comprend quatre résultats possibles, soit les nombres 1, 2, 3 et 4.

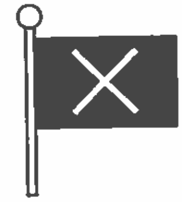
L'événement le moins probable est l'événement **c),** car il comprend deux résultats possibles, soit les nombres 5 et 6.

Le dénombrement

Il y a plusieurs façons de dénombrer tous les cas possibles d'une expérience.

Exemple :

De combien de façons peut-on colorier le drapeau ci-contre en employant deux couleurs différentes parmi le bleu, le jaune, le rouge et le vert ?

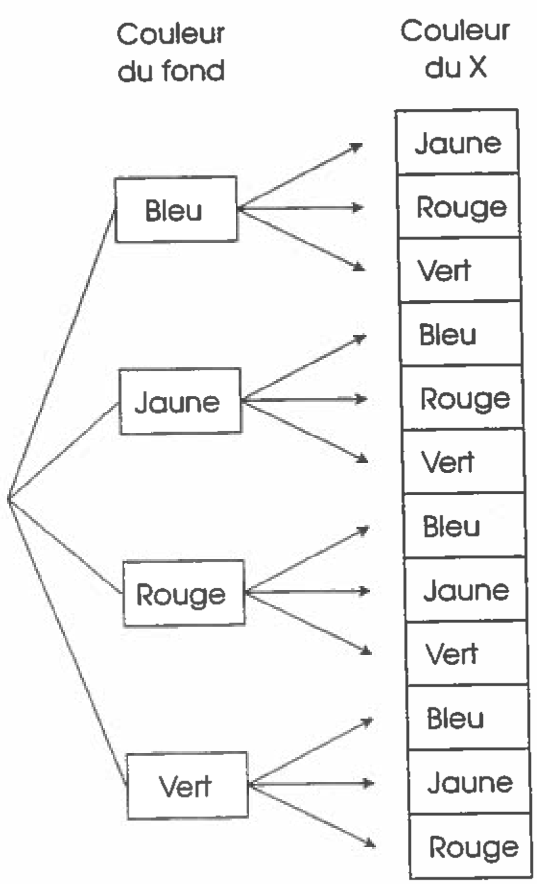


Pour répondre cette la question, on peut avoir recours à l'une des trois méthodes ci-dessous.

Une grille

	Couleur du X			
Couleur du fond	**Bleu**	**Jaune**	**Rouge**	**Vert**
Bleu		✔	✔	✔
Jaune	✔		✔	✔
Rouge	✔	✔		✔
Vert	✔	✔	✔	

Un diagramme en arbre



Une liste ordonnée

Couleur du fond	**Couleur du X**
Bleu	Jaune
Bleu	Rouge
Bleu	Vert
Jaune	Bleu
Jaune	Rouge
Jaune	Vert
Rouge	Bleu
Rouge	Jaune
Rouge	Vert
Vert	Bleu
Vert	Jaune
Vert	Rouge

Dans certaines situations, l'observation de régularités peut également permettre de dénombrer tous les cas possibles.

Les résultats théoriques en probabilité

Dans des expériences liées au hasard, il est possible d'associer la probabilité d'un événement à une fraction. Cette fraction permet de prévoir, en théorie, le nombre de fois que l'événement se produira si l'on répète plusieurs fois l'expérience.

Exemple :

La probabilité d'obtenir un 4 avec un dé ordinaire à six faces est associée à la fraction $\frac{1}{6}$.

Si on lance le dé 300 fois, on peut s'attendre à ce qu'il tombe du côté du 4 dans le cas de $\frac{1}{6}$ des lancers, soit 50 fois.

De tels résultats sont théoriques. Il est fort possible que le dé tombe du côté du 4 un peu plus ou un peu moins de 50 fois.

Cette fraction permet aussi de comparer la probabilité de différents événements.

Exemple :

Il est plus probable qu'une pièce de monnaie tombe du côté face qu'un dé tombe du côté du 4, car $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$.

Statistique

Les tableaux et les diagrammes

☆ Le tableau de données

Une enquête

Une enquête (ou un sondage) permet de faire ou de vérifier des prédictions.

Une question d'enquête

Les qualités d'une bonne question d'enquête (ou de sondage) :

- Elle doit être comprise de la même façon par tout le monde ;
- Il doit toujours être possible d'y répondre ;
- Les réponses obtenues doivent être faciles à traiter.

Exemple :

Quel est ton animal préféré ?
Choix de réponses : chien, chat, perruche, lapin, cheval, autres.

Un tableau de données

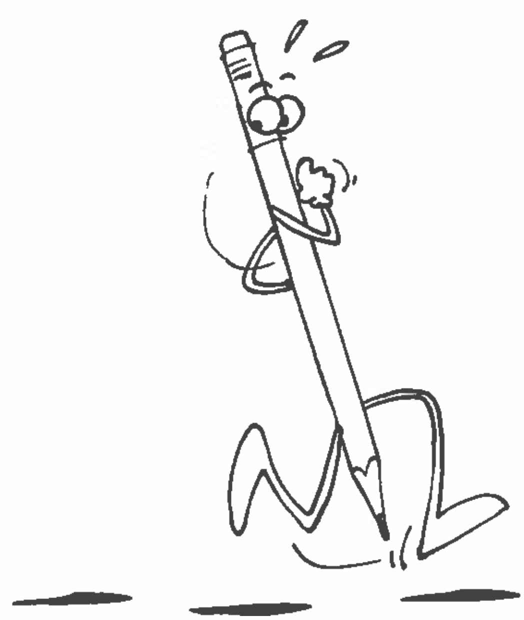
Les données d'une enquête (ou d'un sondage) peuvent être rassemblées et compilées dans un tableau de données.

Exemple :

On a demandé à 40 élèves de 10 ans quel était leur animal préféré.

Le tableau de données ci-dessous illustre les résultats de cette enquête.

Résultats	Fréquences
Chien	15
Chat	10
Perruche	5
Lapin	4
Cheval	1
Autres	5



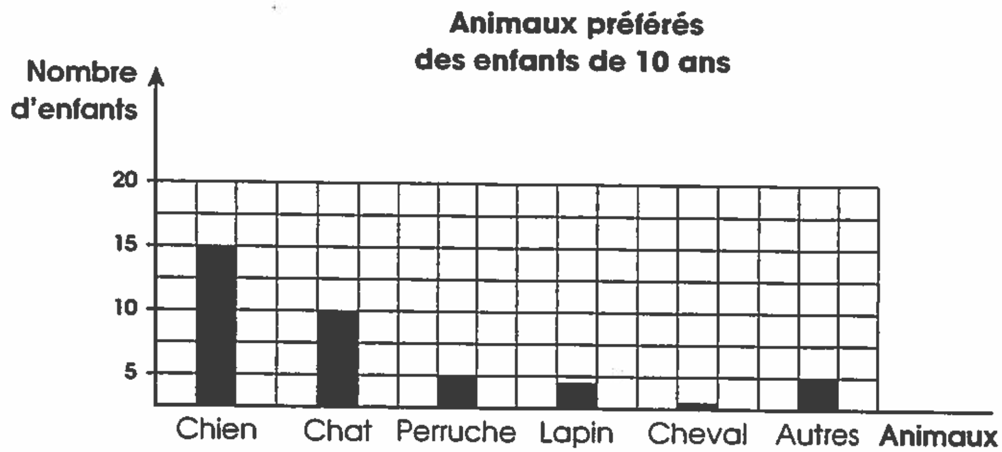
☆ Le diagramme à bandes

Pour représenter les résultats de l'enquête sur les animaux préférés des enfants de 10 ans, on peut utiliser un diagramme à bandes.

La longueur de chacune des bandes est déterminée par un nombre d'enfants.

L'axe vertical représente la fréquence des réponses et l'axe horizontal, les catégories des réponses données.

Le diagramme à bandes porte un titre et les deux axes sont clairement identifiés (Nombre d'enfants et Animaux).

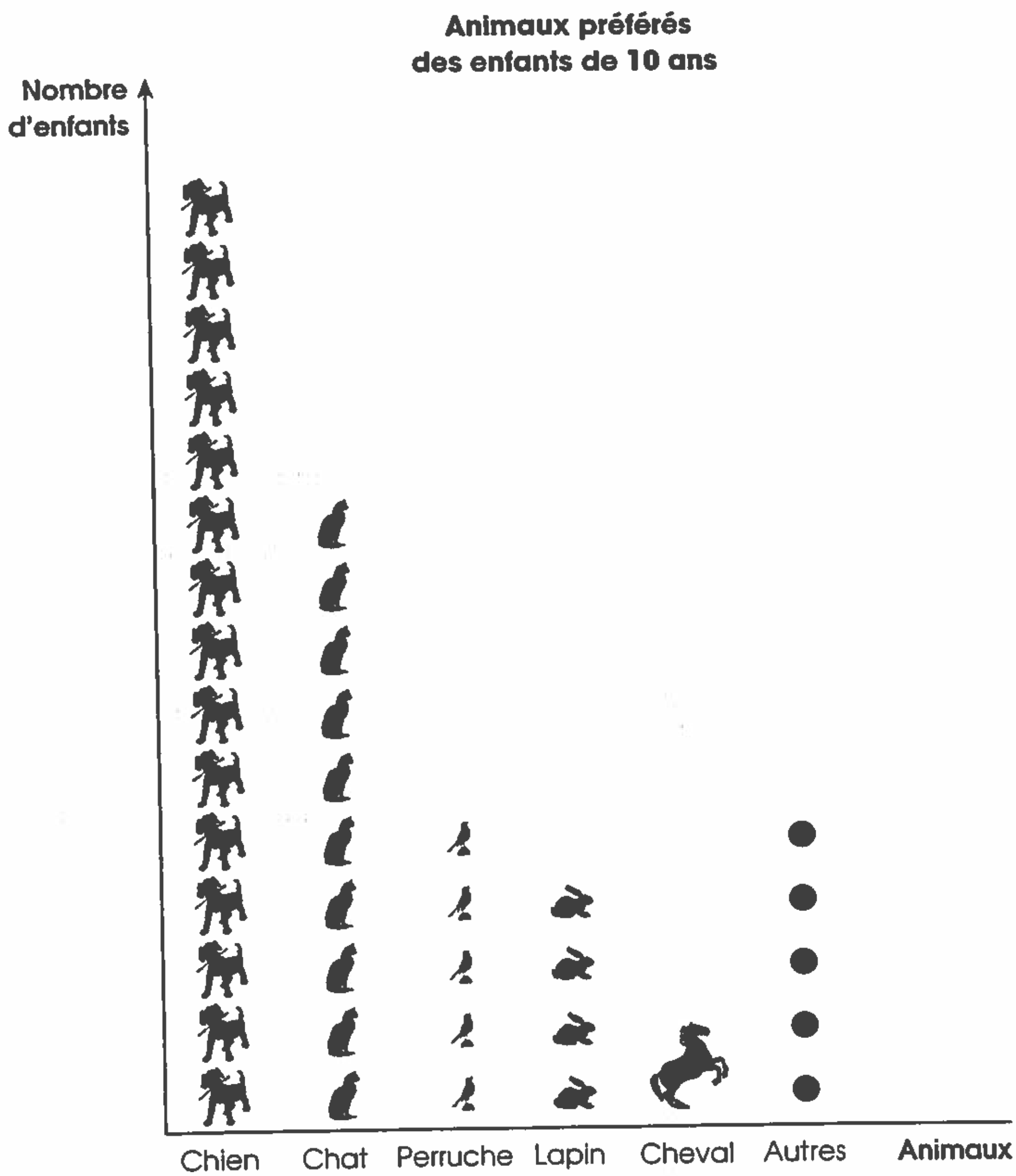


☆ Le diagramme à pictogrammes

Pour représenter les résultats de l'enquête sur les animaux préférés des enfants de 10 ans, on peut utiliser un diagramme à pictogrammes. Dans ce type de diagramme, les bandes sont remplacées par des figures ou des dessins dont le nombre et la forme ont été préalablement déterminés.

L'axe vertical représente la fréquence des réponses associées aux pictogrammes et l'axe horizontal, les catégories des réponses données.

Comme les autres diagrammes, le diagramme à pictogrammes porte un titre ; les deux axes sont clairement identifiés (Nombre d'enfants et Animaux).



☆ Le diagramme à ligne brisée

Voici une situation où l'utilisation d'un diagramme à ligne brisée est pertinente.

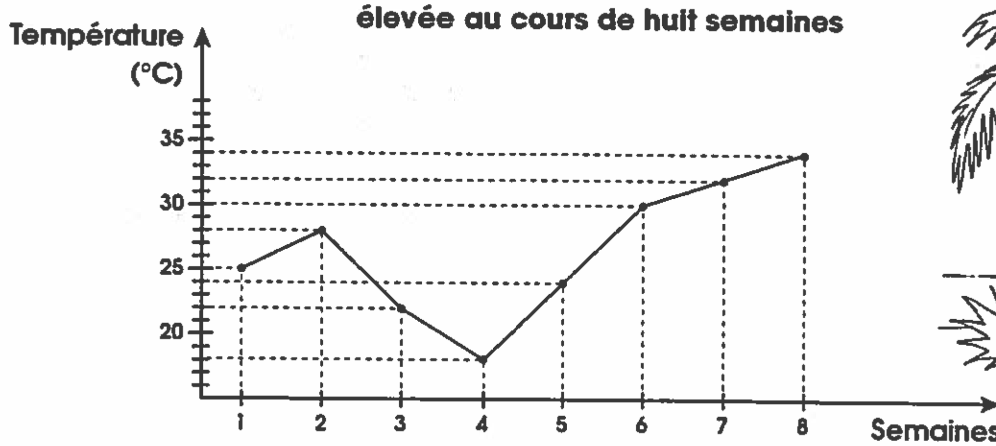
On a demandé à Luc et à Émilie de noter, pendant huit semaines, la température la plus élevée atteinte chaque semaine. Le tableau de données ci-dessous illustre les résultats obtenus.

Semaines	Température
1	25 °C
2	28 °C
3	22 °C
4	18 °C
5	24 °C
6	30 °C
7	32 °C
8	34 °C

Pour montrer la variation de la température hebdomadaire la plus élevée au cours des huit semaines, on peut utiliser un diagramme à ligne brisée.

Le diagramme à ligne brisée porte un titre et les deux axes sont clairement identifiés (Température en degrés Celsius et Semaines).

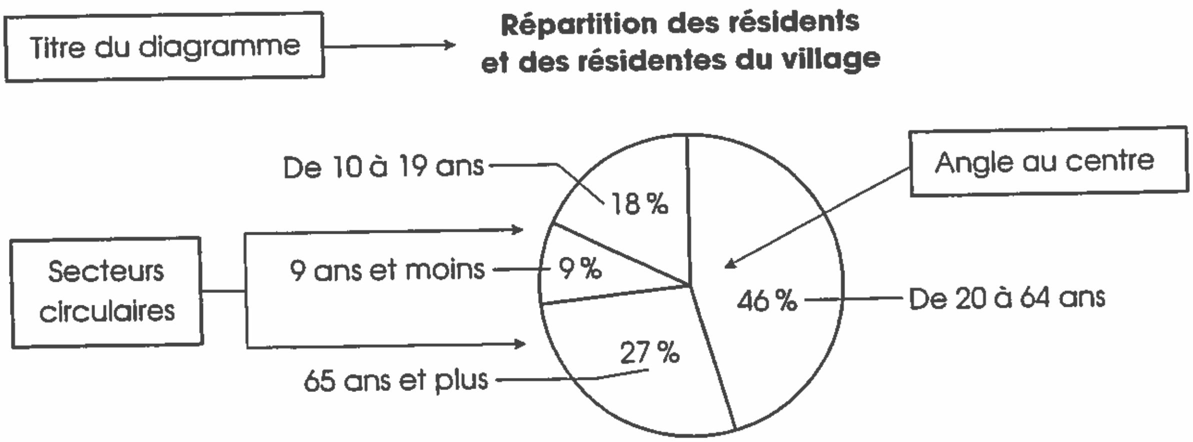
Température hebdomadaire la plus élevée au cours de huit semaines



Le diagramme circulaire

Le diagramme circulaire représente la répartition des données dans un ensemble. Il permet notamment de comparer facilement les données entre elles.

Voici les différentes composantes d'un diagramme circulaire.



La moyenne arithmétique

La moyenne arithmétique d'une liste de données est une valeur qui peut représenter cette liste.

Exemple :

Voici comment calculer la moyenne arithmétique de la liste des données ci-dessous.

4	31	11	48	29	7	14	23

- On fait la somme de toutes les données. La somme est 167.
- On divise cette somme par le nombre de données : $167 \div 8 = 20{,}875$.

La moyenne arithmétique de cette liste de données est 20,875. C'est la valeur que pourrait avoir chacune des données de la liste si l'on conservait la même somme.

En utilisant les moyennes arithmétiques de différentes listes de données, on peut comparer ces listes entre elles.

Index des termes et des notions

O

P

Q

R

S

T

U

V